

תרגיל 10 למורים

1. מהו הבסיס והמימד של תתי המרחבים הבאים מעל \mathbb{R} ? (כלומר יש לבדוק אם הקבוצות תלויות ואם כן להוריד את הוקטור התלוי)

- a. $Span\{x + 2x^2 - x^3, 1 + x^2, -1 - x - x^2, x\}$
- b. $Span\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ $a.V = \mathbb{R}_3[x]$
- c. $Span\left\{(1, 2, -1), (-2, -4, 2), \left(-\frac{2}{3}, -1\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)\right\}$ $b.V = \mathbb{R}^{2 \times 2}$
- d. $Span\{(1, 0, 2, -1), (0, 0, -2, 1), (0, 1, 0, 0), (0, 2, 1, 0)\}$ $c.V = \mathbb{R}^3$
- e. $W = \{(a + b, a + b, 2a + 2b, -a - b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ $d.V = \mathbb{R}^4$
- $e.V = \mathbb{R}^4$

2. מה הבסיס והמימד של תתי המרחבים הבאים:

$U_1 = \{(x, y, z, t) \mid x - y + 2t = 0, z - 2x + y = 0\} \subseteq \mathbb{R}^4$

U_2 - anti-symmetric matrices: $A = -A^t, A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$

הסבר: U_2 - אוסף כל המטריצות האנטי סימטריות ב $\mathbb{R}^{3 \times 3}$.

U_3 - אוסף כל המטריצות האלכסוניות ב $\mathbb{R}^{3 \times 3}$.

3. אם $\{w_1, w_2, w_3\}$ היא בסיס ל \mathbb{R}^3 , האם הקבוצות הבאות הן גם בסיסים שלו?

- א. $\{v_1 = w_2 + w_3, v_2 = w_1 + w_3, v_3 = w_1 + w_2\}$
- ב. $\{v_1 = w_2 - w_3, v_2 = w_1 - w_3, v_3 = w_1 - w_2\}$

4. עבור הקבוצות הבאות קבעו האם הן בסיס של \mathbb{R}^3 : אם לא מצאו איזה מרחב הן פורשות?

$$B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$