

4.1 תרגיל. בדוק אילו מזוגות הוקטורים הבאים מאונכים זה לזה:

א.  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(100, 0, -999, 0)$  במכפלה הפנימית הסטנדרטית של  $\mathbb{R}^4$ .

ב.  $(1, i)$ ,  $(1, i)$  במכפלה הפנימית הסטנדרטית של  $\mathbb{C}^2$ .

ג.  $(1, i)$ ,  $(1, -i)$  במכפלה הפנימית הסטנדרטית של  $\mathbb{C}^2$ .

4.7 תרגיל. יהא  $V$  מרחב וקטורי ממימד  $n$ , ותהא  $B \subseteq V$ . הוכח שהתכונות הבאות שקולות:

א.  $B$  בסיס אורתונורמלי.

ב.  $B$  קב' אורתונ' מגודל  $n$

4.9 תרגיל. הגדר (ישירות) על  $V = \mathbb{R}_n[x]$  מכפלה פנימית, כך ש  $\{1, x, x^2, \dots, x^n\}$  יהווה בסיס אורתונורמלי לגבי מכפלה זאת.

5.4 תרגיל. הוכח או הפרך כל אחת מהטענות הבאות, כאשר  $U, W$  תת-מרחבים של מרחב מכפלה פנימית  $V$ :

א.  $(U+W)^\perp = U^\perp + W^\perp$ .

ב.  $(U+W)^\perp = U^\perp \cap W^\perp$ .

ג.  $(U+W)^\perp = (U \cap W)^\perp$ .

5.7 תרגיל. תהא  $S = \{v_1, \dots, v_k\}$  קבוצה אורתונורמלית ב  $V$ . הוכח שלכל  $v \in V$  מתקיים:

$$v - \sum_{i=1}^k \langle v, v_i \rangle v_i \in S^\perp$$

המשך



$$1. \text{ נתון: } S = \left\{ \mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{u}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \right\}$$

א. בדוק ש  $S$  קבוצה ניצבת ושהיא בסיס ל- $\mathbb{R}^3$ .

ב. בטאו את הווקטור  $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 8 \\ -4 \\ -3 \end{bmatrix}$  כצירוף ליניארי של הווקטורים ב- $S$ .

2. הטילו את הווקטור  $\mathbf{b}$  על הישר דרך  $\mathbf{a}$  לקבל ווקטור ההיטל  $\mathbf{p}$ . בדקו ש-

$$\mathbf{e} = \mathbf{p} - \mathbf{b} \text{ הוא ניצב ל-} \mathbf{a}.$$

א.  $\mathbf{a} = (1, 2, 2), \mathbf{b} = (1, 1, 1)$ . ב.  $\mathbf{a} = (1, 2, 1, 2), \mathbf{b} = (1, -2, 3, -4)$ .

3. העביר את הקבוצה  $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$  לבסיס ניצב של  $\mathbb{R}^3$  בשימוש

בגרם-שמידט.

4. העבר את הקבוצה  $S = \left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$  לקבוצה ניצבת  $T$  ב- $\mathbb{R}^3$  כך

ש  $\text{Span } S = \text{Span } T$ . כאן  $\text{Span } S = \text{Span} \left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$ . מה הצורה של

$\text{Span } S$ , הפורש של הווקטורים. בשימוש הנוסחאות מהכיתה מצא  $c_1, c_2$  כך

$$c_1 \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 17 \\ 17 \end{bmatrix} \text{ ש}$$