

אוניברסיטת בר אילן,  
המחלקה למתמטיקה.



מבחן בקורס: משוואות דיפרנציאליות לכלכלנים 88-625-01

ז' באדר ב' תשע"ד, 9.03.2014

ד"ר יעקב קרסנוב, מר' שגיא לוי  
סמסטר א', מועד ב' תשע"ד

משך הבחינה: שעתיים וחצי  
חומר עזר מותר ללא הגבלה אך השימוש במחשב נייד/טאבלט כחומר עזר אסור בהחלט.

יש לענות בפירוט על 5 מתוך 6 השאלות.  
אם פתרתם את כל השאלות – נא לציין 5 שאלות לבדיקה, אחרת תיבדקנה 5 הראשונות.  
כל השאלות שוות-משקל. נא להסביר ולנמק בבירור את הפתרונות.

שאלה 1

- א. מצאו את הפתרון הכללי של המד"ר  $\frac{y'}{y} = 2t(y - 1)$
- ב. מצאו את הפתרון הכללי של המד"ר  $(t^2 + 1)y' = \sin(t) - 2ty$

שאלה 2

מצאו את הפתרון הכללי של המד"ר  $y'' + 4y' + 4y = t^{-1}e^{-2t}$

שאלה 3

בסעיפים הבאים יש למצוא את המד"ר ההומוגנית בעלת מקדמים קבועים אשר הסדר שלה מינימאלי, כך שהפונקציות הנתונות בכל סעיף יהיו פתרונות שלה:

א.  $y = 1, y = -e^{2t}, y = e^{-5t}$

ב.  $y = e^t, y = e^{-4t} \cos(2t)$

אוניברסיטת בר אילן,  
המחלקה למתמטיקה.



## שאלה 4

נתונה מערכת המד"ר הבאה:

$$\begin{cases} x' = -3x + 4y - 10 \\ y' = -2x + y + 5e^{-2t} \end{cases}$$

א. מצאו את הפתרון הכללי של המערכת, המקיים את תנאי ההתחלה  $x(0)=y(0)=5$

ב. מצאו את התנהגות פתרון המערכת בטווח הארוך, כלומר את הגבול של  $x(t)$ ,  $y(t)$  כאשר  $t$  שואף לאינסוף.

## שאלה 5

פתרו כל אחת מהמד"ר הבאות על ידי טור חזקות. רשמו את נוסחת הנסיגה ואת 3 האיברים הראשונים השונים מאפס.

א.  $y'' - xy' + 4y = 0$

ב.  $y'' - x^2y' + y = 0$

## שאלה 6

פתרו את משוואת החום הבאה:

$$4u_t = u_{xx}, \quad 0 < x < 2, \quad t > 0$$

$$\begin{cases} u(0,t) = u(2,t) = 0, & t > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u(x,0) = 2 \sin(\pi x/2) - \sin(\pi x) + 4 \sin(2\pi x), & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

**בהצלחה!**