

תרגיל בית 1

שאלה 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \text{ נתונה המטריצה}$$

- א. מצא את הערכים העצמיים והמרחבים העצמיים.
ב. מצא מטריצה אלכסונית D ומטריצה הפיכה P כך ש $D = P^{-1}AP$.
ג. חשב את A^{10} .

שאלה 2

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & a^2 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3 \times 3} \text{ תהא } a \text{ שעבורם } A \text{ לכסינה. מצא את כל הערכים של } a$$

שאלה 3

- קבוצת הערכים העצמיים של מטריצה $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ נקראת הספקטרום של A ומסומנת $\sigma(A)$.
א. יהיו $A, B \in \mathbb{F}^{n \times n}$. הוכח: $\sigma(AB) = \sigma(BA)$.
ב. תהא $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$. הוכח: $\sigma(A) = \sigma(A^t)$.

שאלה 4

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \text{ הוכח את הטענות הבאות: נתונה מטריצה ממשית וסימטרית}$$

- א. קיימים למטריצה A ערכים עצמיים ממשיים.
ב. אם ל A שני ערכים עצמיים זהים אז $A = \alpha I$.

שאלה 5

הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

- א. אם מספר λ הוא ערך עצמי של מטריצה A , אז $\alpha\lambda$ ערך עצמי של מטריצה αA .
ב. אם מספר λ הוא ערך עצמי של מטריצה A , ו μ הוא ערך עצמי של מטריצה B , אז $\lambda + \mu$ ערך עצמי של מטריצה $A + B$.
ג. אם מספר λ הוא ערך עצמי של מטריצה A , ו μ הוא ערך עצמי של מטריצה B , אז $\lambda\mu$ ערך עצמי של מטריצה AB .