

תרגיל בית 8 - תורת גלואה סמסטר א', תשע"ז

שאלה 1. מצאו את כל התת-שדות של ההרחבה הציקלוטומית $\mathbb{Q}[\rho_5]/\mathbb{Q}$ (כאשר ρ_5 הוא שורש יחידה 5-פרימיטיבי).

שאלה 2. נסמן ב Φ_n את הפולינום המינימלי של שורש ישחידה n -פרימיטיבי ρ_n מעל \mathbb{Q} .

חשבו את Φ_{15}, Φ_{18} .
פרקו את Φ_{18} מעל $\mathbb{Q}[\rho_3]$.

שאלה 3. חשבו את המימדים הבאים:

1. $[\mathbb{Q}[\rho_7 + \rho_7^2 + \rho_7^4] : \mathbb{Q}]$

2. $[\mathbb{Q}[\rho_5] : \mathbb{Q}[\rho_5 + \rho_5^3]]$

שאלה 4. תהי K/F הרחבת גלואה ויהי $a \in K$. הוכיחו כי $K = F[a]$ אם ורק אם $\sigma(a) \neq a$ לכל $\sigma \in \text{Gal}(K/F)$, $\sigma \neq \text{Id}$.