

חשבון אינפיניטסימלי 4 (88-236-05) מועד א', תשע"ג

המרצה: פרופ' אנדריי לרנר

משך המבחן: 2.5 שעות

ללא שימוש בחומר עזר

ענו על 5 מתוך 6 השאלות הבאות. כל שאלה שווה ל-21 נקודות.

1.

א) עבור אילו ערכים של הפרמטר a קבוצת M_a פטרונו המערכת

$$\begin{cases} 2x^2 + y^3 + z = 1 \\ x + 3y + z = a \end{cases}$$

היא יריעה ממימד 1 ב- \mathbb{R}^3 ?

ב) נניח $a = 2$. מצאו מרחב משיק ל- M_2 בנקודה $(1, 1, -2)$.

2.

א) יהיו $\omega = (xyz)dx + (yz^2)dy + xdz$ ו- $\eta = zdx + ydz$ תבניות-1 על \mathbb{R}^3 . חשבו את $(d\omega) \wedge \eta$ (ז"א מצאו את הפונקציה f כזאת ש- $(d\omega) \wedge \eta = f dx \wedge dy \wedge dz$).

ב) חשבו את הערך של התבנית $\omega = dy \wedge dx + dz \wedge dy$ על הוקטורים

$$\xi_1 = (-1, 0, 2), \xi_2 = (1, -1, 3)$$

3. בעזרת משפט גרין חשבו

$$\int_{\Gamma} (y + \sin(x^3))dx + (3x + \cos y)dy$$

כאשר $\Gamma = \{(x, y) : x^2 + \frac{4y^2}{\pi^2} = 1, x \geq 0\}$ נגד כיוון השעון.

4. בעזרת משפט גאוס מצאו נפח הגוף החסום ע"י $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z = 0$ ו- $z = 1/2$.

5. בעזרת משפט סטוקס חשבו

$$\int_{\Gamma} (x^2 + 2y)dx + (y + z)dy + (z^2 + x^2)dz$$

כאשר Γ היא השפה של

$$\{(x, y, z) : 3x + y + 3z = 3, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$$

ואוריינטציה על Γ עם כיוון השעון אם מסתכלים מכיוון חיובי של ציר Oz .

6. יהיו $M \subset \mathbb{R}^n$ משטח k -ממדי ו- ω תבנית- k על M . יהי \mathcal{A} אטלס המגדיר אוריינטציה ב- M . נניח ש- $(F_1, \Omega_1) \in \mathcal{A}$. הגדירו $\int_{F_1(\Omega_1)} \omega$ והראו שאם $(F_2, \Omega_2) \in \mathcal{A}$ ו- $F_1(\Omega_1) = F_2(\Omega_2)$ אזי

$$\int_{F_1(\Omega_1)} \omega = \int_{F_2(\Omega_2)} \omega$$

בהצלחה!