

מועד א' בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי 2

קורס מס' 83114 תשע"ז, סמסטר קיץ

מרה: ד"ר רוני ביתן, מתרגלת: גב' אירינה ראיצ'יק.

משך הבחינה: שלוש שעות, חומר עזר מותר: דף נוסחאות מצורף + מחשבון פשוט, משקל כל שאלה: 25 נקודות.

ענה על ארבע שאלות מתוך חמש. נמק את צעדיך !
שאלה 1.

א. קבע עבור אילו ערכי α הטור: $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})^\alpha$ מתכנס (10 נק').

ב. הצג את תוצאת האינטגרל $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$ כסכום של מספרים רציונליים בדיוק של 10^{-9} (15 נק').

שאלה 2.

א. ידוע כי הפונקציה $z = f(x, y)$ דיפרנציאבילית בנקודה $P = (x_0, y_0)$, ושהנגזרות המכוונות שלה בשני

כיוונים (לא מקבילים) $\widehat{h}_1, \widehat{h}_2$ מתאפסות. הראה כי P היא נקודה קריטית של f (10 נק').

ב. מצא משוואת מישור המשיק למשטח $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ ומאונך למישורים $z = x + y, z - y = \frac{x}{2}$ (15 נק').

שאלה 3.

א. יהא ריבוע בעל צלע a , קודקוד A , ובעל צפיפות מסה הפרופורציונלית בכל נקודה למרחקה מ- A

בריבוע. במרכז הריבוע המסה היא P_0 . חשב את המסה הכללית של הריבוע (12 נק').

ב. מצא את הנקודה על מעגל היחידה הקרובה ביותר לנקודה $(3, 1)$. נמק ! (13 נק').

שאלה 4. נתון שדה וקטורי: $F = \frac{(-y, x)}{x^2 + \frac{y^2}{9}}$ ועקום: $L: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1, y \geq 0$ מהנקודה $(2, 0)$ ל- $(-2, 0)$.

א. חשב את $\int_L F \cdot dr$ (9 נק').

ב. הראה כי F הוא שדה משמר בתחום $D = \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 100, y \geq 0\}$ (8 נק').

ג. תהא U פונקצית הפוטנציאל של F בתחום D ונתון כי: $U(2, 0) = 1$ חשב את $U(-2, 0)$ (8 נק').

שאלה 5.

א. הראה כי בהינתן תחום D במישור x, y בעל שפה בכיוון החיובי L , השטח של D ניתן לחישוב ע"י:

$$|D| = \frac{1}{2} \oint_L xdy - ydx \quad (10 \text{ נק'})$$

ב. חשב את שטף השדה $F = (x^3, y^3, z^3)$ דרך המעטפת של כדור ברדיוס a שמרכזו בראשית (15 נק').

בהצלחה !