

תרגיל 10

תרגיל 1. לכנסו אורתוגונלית את $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

תרגיל 2. תהא A סימטרית. נגדיר $B = A^2 - 6A + 11I$ האם B ניתן ללכסון והאם B הפיכה?

תרגיל 3. א. הוכיחו: אם T, S מטריצות אונטריות אז גם ST מטריצה אונטרית.
ב. הוכיחו: אם T, S מטריצות הרמטיות אז $ST = TS$ אם ורק אם $ST = TS$.

תרגיל 4. נתון מרחב וקטורי \mathbb{C}^3 עם המכפלה הפנימית הסטנדרטית. ותהי $T: \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ העתקה הלינארית המוגדרת ע"י
 $T(z_1, z_2, z_3) = (iz_1, iz_1 + (1+i)z_2, iz_1 + (1+i)z_2 + (i+2)z_3)$
מצא את T^* .

תרגיל 5. יהי V מרחב המטריצות המרוכבות מסדר 2. נגדיר:
 $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^*)$

א. הוכיחו שזו מכפלה פנימית.
ב. נגדיר העתקה לינארית $T: V \rightarrow V$ המוגדרת על ידי $T(A) = A + iA^t$. מצאו את ההעתקה הצמודה.

תרגיל 6. א. יהי V מרחב מכפלה פנימית ויהיו $U, W \subseteq V$ תתי מרחבים. הוכיחו כי
 $\forall u \in U, v \in V \langle v, u \rangle = \langle \pi_U(v), u \rangle$

ב. מצא את ההיטל של $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ על $U = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$