<u>**רשימת משפטים למבחן**</u>

1. יהא $\mathbb{F}$ שדה סופי. אזי $char(\mathbb{F})\mid \#\mathbb{F}$.
2. אם $A\in\mathbb{F}^{l\times m},B\in\mathbb{F}^{m\times n},C\in\mathbb{F}^{n\times k}$ אז $(AB)C=A(BC)$.
3. אם $A\in\mathbb{F}^{m\times n}$ ו $B\in\mathbb{F}^{n\times k}$ אז הכפל B^tA^t מוגדר היטב ומתקיים $(AB)^t=B^tA^t$.
4. נניח שמערכת $(\#)$ של משוואות ליניאריות מתקבלת ממערכת $(*)$ של משוואות ליניאריות באמצעות סדרה סופית של פעולות שורה אלמנטריות. אזי ל - $(\#)$ ול - $(*)$ יש אותה קבוצת פתרון.
5. תהא ρ פעולת שורה אלמנטרית. הוכח:
   א. לכל מטריצה $A\in\mathbb{F}^{m\times n}$, $\rho(A)=\rho(I)A$.
   ב. אם A,B מטריצות כך שהכפל AB מוגדר, מתקיים $\rho(AB)=\rho(A)B$.
   ג. המטריצה $\rho(I)$ הפיכה, ומתקיים $\rho(I)^{-1}=\rho^{-1}(I)$.
6. למת ההחלפה של שטייניץ.
7. יהא V מרחב וקטורי ממימד סופי, ונסמן $n=\dim(V)$. אזי כל קבוצה $B\subseteq V$ המקיימת שתיים מהתכונות הבאות, מקיימת גם את השלישית (ולכן היא בסיס):
   א. $\#B=n$.
   ב. B פורשת את V.
   ג. B בת"ל
8. יהי v_0 פתרון פרטי של המערכת הלא הומוגנית $Ax=b$ $(b\neq 0)$ ויהא U הפתרון הכללי של מערכת אי-הומוגנית של משוואות ליניאריות. אזי $U=v_0+N=\{v_0+u \mid u\in N\}$. כאשר N הוא מרחב האפס.
9. הסכום $U+W$ הוא ישר $\Leftrightarrow$ לכל $v\in U+W$ יש הצגה יחידה בצורה $v=u+w$ כאשר $u\in U,w\in W$.
10. משפט המימדים.
11. תהיי P מטריצת המעבר מבסיס B לבסיס C במרחב וקטורי V. אזי P מטריצה הפיכה ולכל וקטור $v\in V$ $P[v]_B=[v]_C$ וכן $[v]_B=P^{-1}[v]_C$.
12. משפט הדרגה.
13. מימד מרחב הפתרונות W של מערכת הומוגנית של משוואות ליניאריות $AX=0$ הוא $n-r$ כאשר n הוא מספר הנעלמים ו r הוא הדרגה של המטריצה.
14. תהי E מטריצה אלמנטארית. אזי, לכל מטריצה A , $|EA|=|E|\cdot|A|$.
15. $|AB|=|A|\cdot|B|$.