תרגול כיתה 11 בפיסיקה קלאסית 1

<u>נושאים:</u> אוסצילטור הרמוני מרוסן ומאולץ, רזוננס, תנע זוויתי של מערכת גופים נקודתיים.

<u>תזכורת לחומר התאורטי</u>

<u>אוסצילטור הרמוני מרוסן ומאולץ: רזוננס</u>

אם על גוף במסה m פועל כוח מחזיר לינארי, כוח ריסון המתכונתי למהירות וכוח מאלץ, $F = F_0 \cos \omega_f t$, אז משוואת התנועה שלו היא

$$m\ddot{x} + \lambda \dot{x} + kx = F_0 \cos \omega_f t$$

ניתן לכתוב את המשוואה בתור

$$\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + {\omega_0}^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega_f t$$

$$\gamma = \frac{\lambda}{2m}, \quad {\omega_0}^2 = \frac{k}{m}$$

הפתרון הכללי של המשוואה הוא סכום פתרון פרטי ופתרון הומוגני. החלק ההומוגני של המשוואה הוא למעשה משוואה של אוסצילטור מרוסן:

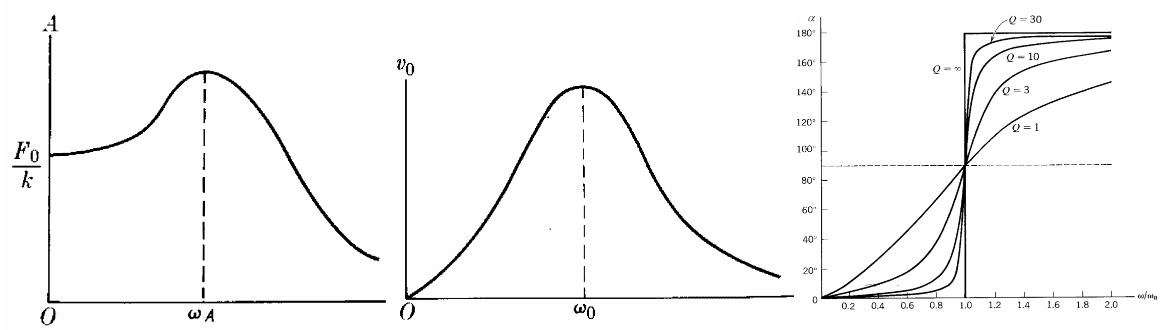
$$\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + {\omega_0}^2 x = 0$$

הפתרון ההומוגני מתחלק ל-3 מקרים: ריסון חלש, ריסון קריטי וריסון חזק כפי שראינו בעבר. פתרון ההומוגני שואף לאפס ב- $t \to \infty$ בכל המקרים. הפתרון הפרטי הוא

$$x(t) = A \sin(\omega_f t - \alpha)$$

$$A = \frac{F_0 / m}{\sqrt{({\omega_f}^2 - {\omega_0}^2)^2 + 4\gamma^2 {\omega_f}^2}}$$

$$\tan \alpha = \frac{{\omega_f}^2 - {\omega_0}^2}{2\gamma \omega_f}$$



A מקסימלי כאשר $\omega_f = \omega_A = \sqrt{{\omega_0}^2 - 2\gamma^2}$.

מהירות הגוף היא

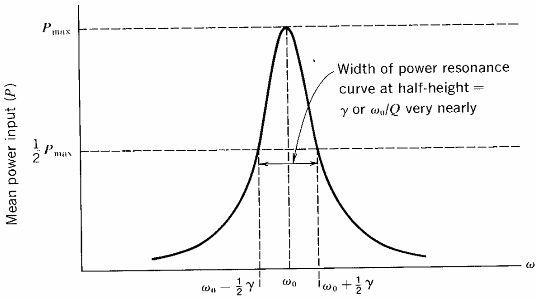
$$v(t) = \dot{x}(t) = \omega_f A \cos(\omega_f t - \alpha) = v_0 \cos(\omega_f t - \alpha)$$

$$v_0 = \frac{\omega_f F_0 / m}{\sqrt{({\omega_f}^2 - {\omega_0}^2)^2 + 4\gamma^2 {\omega_f}^2}}$$

v_0 מקבל ערך מקסימלי כאשר $\omega_f = \omega_0$. כאשר זה מתקיים $\alpha = 0$ ואומרים שמערכת בתהודה (רזוננס). בתהודה הספק הכוח המאלץ, $P = Fv$, בממוצע על מחזור הוא מירבי ו v_0 מקבל ערך של $\frac{F_0/m}{2\gamma}$.

רוחב התהודה מתאים לתחום שבו $v_0 > \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{F_0/m}{2\gamma}$ כדי לקבל אנרגיה קינטית של חצי או יותר מהאנרגיה הקינטית בתהודה. מבחינת ω_f תחום זה הוא תחום ברוחב $\Delta\omega$ סביב $\omega_f = \omega_0$. כאשר Q, גורם האיכות, מקיים $Q \gg 1$, רוחב התהודה הוא

$$\Delta\omega \approx \gamma$$



<u>תנע זוויתי של מערכת גופים נקודתיים</u>

תנע זוויתי של גוף נקודתי במסה m הוא

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$$

הראשית זהה לזו שנבחרה להגדרת מומנט כוח, $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$. בתנועה מעגלית

$$L = mvR = m\omega R^2$$

לתנועה במישור, $\mathbf{L}$ מאונך למישור התנועה, מאחר שהוא מאונך גם ל- $\mathbf{r}$ וגם ל- $\mathbf{p}$.
האנלוג לחוק השני של ניוטון הוא

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \boldsymbol{\tau}$$

לכן אם לא פועלים מומנטי כוח על גוף, התנע הזוויתי שלו נשמר.
נדון במערכת של גופים נקודתיים. מתקיים

$$\frac{d\mathbf{L}_{tot}}{dt} = \boldsymbol{\tau}_{ext}$$

לכן אם לא פועלים מומנטי כוח חיצוניים על מערכת גופים, התנע הזוויתי הכולל בה נשמר.
אם פריים (גרש) מציין את מע' מרכז המסה אז התנע הזוויתי הכולל ניתן ע"י

$$\mathbf{L}_{tot} = \sum_i \mathbf{r}_i \times \mathbf{p}_i = \mathbf{r}_{\rm cm} \times \mathbf{p}_{\rm tot} + \sum_i \mathbf{r}'_i \times \mathbf{p}'_i = \left(\sum_i m_i\right)\mathbf{r}_{\rm cm} \times \mathbf{v}_{\rm cm} + \sum_i m_i \mathbf{r}'_i \times \mathbf{v}'_i$$

$$\mathbf{L}_{cm} \equiv \sum_i \mathbf{r}'_i \times \mathbf{p}'_i$$

$\mathbf{L}_{cm}$ הוא התנע הזוויתי הכולל במע' מרכז המסה. ניתן גם לפרק את מומנט הכוח החיצוני במע' מ"מ:

$$\boldsymbol{\tau}_{ext} = \sum_i \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i = \mathbf{r}_{\mathrm{cm}} \times \mathbf{F}_{\mathrm{ext}} + \sum_i \mathbf{r}_i' \times \mathbf{F}_i$$

$$\boldsymbol{\tau}_{cm} \equiv \sum_i \mathbf{r}_i' \times \mathbf{F}_i$$

$$\frac{d\left(\mathbf{r}_{\mathrm{cm}} \times \mathbf{p}_{\mathrm{tot}}\right)}{dt} = \mathbf{r}_{\mathrm{cm}} \times \mathbf{F}_{\mathrm{ext}} \ .$$

$$\frac{d\mathbf{L}_{cm}}{dt} = \boldsymbol{\tau}_{cm}$$