

חשבון אינפי 1

תרגיל 9

מועד הגשת התרגיל - שבוע המתחילה ב-14.01.12 בשיעור התרגיל

1. סווגו את כל נקודות אי רציפות של הפונקציות הבאות:

$$f(x) = \begin{cases} x-5 & x \leq 1 \\ \frac{\sin(x-1)}{x^2-1} & x > 1 \end{cases} . \quad \text{א.}$$

$$f(x) = x \cos \frac{1}{x} . \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x} . \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = \frac{1-\cos 2x}{5x} . \quad \text{ד.}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} . \quad \text{ה.}$$

$$f(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos 2x-1} . \quad \text{ו.}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{7+x}-3}{x^2-4} . \quad \text{ז.}$$

$$f(x) = \sin(\ln x^2) . \quad \text{ח.}$$

$$f(x) = e^{\frac{1}{\sin x}} . \quad \text{ט.}$$

2. מצאו (אם ניתן) את ערכו של הפרמטר a כך שהפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} 5x+2 & x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{1+ax^2}-\cos x}{x^2} & x > 0 \end{cases}$$

תהייה רציפה.

3. הוכחו, כי אם $f(x)$ רציפה בקטע $[a,b]$ וילך $q \in \mathbb{Q}$ כך ש- $b \leq q \leq a$ מתקיים

$$\text{אז } f(x) \equiv 0 \text{ ב-} [a,b].$$

4. תהיינה g, f פונקציות המוגדרות בסביבת הנקודה x_0 וכך $f(x)$ רציפה ב-

x_0 אינה רציפה ב- x_0 . הוכחו או הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם $g \cdot f$ רציפה ב- x_0 , אז 0 .

ב. אם $g \cdot f = 0$, אז $g \cdot f$ רציפה ב- x_0 .

ג. אם $f(x_0) = 0$ ו- g חסומה בסביבה של x_0 , אז $f \cdot g$ רציפה ב- x_0 .

5. הוכחו:

א. $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ רציפה במ"ש ב- $(0,1]$

ב. $f(x) = e^x$ לא רציפה במ"ש ב- $(0,\infty)$

ג. $f(x) = \cos(x^2)$ לא רציפה במ"ש ב- $(\infty, 1]$

בהצלחה!!!!