<u>תרגיל 1</u>

1. רשום את איברי הקבוצה $A\cup B$ ו $A\cap B$ כאשר:
   א. $A=\{1,a,3,r,5,6\}$ ו $B=\{1,3,r,6,7,b\}$.
   ב. $A=R$ ו $B=Q$. R היא קבוצת המספרים הממשיים ו Q היא קבוצת המספרים הרציונלים.
   ג. $A=\left\{x\in R \middle| x\le 1\right\}$ ו $B=\left\{x\in R \middle| x\ge -6\right\}$.
   ד. $A=\left\{x\in R \middle| x\le 1\right\}$ ו $B=\left\{x\in Z \middle| x\ge -6\right\}$.

2. יהיו A,B,C קבוצות הראה ש

$$\left(A\cap B\cap C^c\right)\cup\left(A^c\cap B\cap C\right)\cup\left(A^c\cap B\cap C^c\right)=\left[\left(A\cup B^c\right)\cap\left(C\cup B^c\right)\right]^c$$

   א. ע"י דיאגרמת וון.
   ב. ע"י לוח השתייכות.

3. הוכח שהפרש סימטרי היא פעולה אסוציאטיבית (כלומר: $(A\Delta B)\Delta C=A\Delta(B\Delta C)$).
   א. ע"י לוח השתייכות.
   ב. הוכחה ללא שימוש בלוח השתייכות או דיאגרמת וון.

4. הוכח את הטענות הבאות:
   א. $(A\cap B)=\left(A\cup B^c\right)\cap B$.
   ב. $A\setminus B=\left(A\cup B\right)\setminus B$.
   ג. $\left(\bigcup_{i=1}^{n}A_i\right)\setminus\left(\bigcap_{j=1}^{m}B_j\right)=\bigcup_{i=1}^{n}\bigcup_{j=1}^{m}\left(A_i\setminus B_j\right)$.

5. הוכח:
   א. לכל $i\in I$ מתקיים $\bigcap_{i\in I}F_i\subseteq F_i\subseteq\bigcup_{i\in I}F_i$.
   ב. אם $A\subseteq F_i$ לכל $i\in I$ אזי $A\subseteq\bigcap_{i\in I}F_i$.
   ג. אם $A\supseteq F_i$ לכל $i\in I$ אזי $\bigcup_{i\in I}F_i\subseteq A$.

6. R היא קבוצת המספרים הממשיים, N קבוצת המספרים הטבעיים, Z קבוצת המספרים השלמים.

א. הצג $R=\bigcup_{i\in N} B_i$ כאשר הקבוצות B_i זרות זו לזו ולא ריקות.

ב. הצג $N=\bigcap_{i\in N} C_i$ כאשר לכל $i\in N$, $N\neq C_i\subseteq Z$.

ג. הצג $Z=\bigcap_{i\in N} D_i$ כאשר לכל $i\in N$, $Z\neq D_i\subseteq R$.

7.

א. יהי $A=\{\{1\},\varnothing\}$ רשום את $P(A)$.

ב. יהי $B=\{1,\{\varnothing\}\}$ רשום את $P(B)$.

ג. חשב כמה איברים יש בקבוצה $P(P(P(P(\varnothing))))$.

ד. תהי A קבוצה. הוכח ש $|P(P(P(A)))\cap P(P(A))|\geq 2$.

ה. תהיינה $A=\{1,2,3\}$, $B=\{2,3,4\}$. חשב כמה איברים יש בקבוצה $P\big(P(A)\cup P(B)\big)\setminus P\big(P(A)\cap P(B)\big)$

ו. האם $P(A\cap B)=P(A)\cap p(B)$?הוכח!

ז. האם $P(A\cup B)=P(A)\cup P(B)$?הוכח!

8. תהיי X קבוצה. R נקרא חוג מעל X אם מתקיים:

א. $R\subseteq P(X)$

ב. $\varnothing\in R$

ג. $\forall A,B\in R$ מתקיים $A\cup B\in R\wedge A\setminus B\in R$.

הוכח ש $\forall A,B\in R$ מתקיים $A\cap B\in R$.

9. יהיו A,B,C,D קבוצות הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

א. $(A\cap B)\times(C\cap D)=(A\times C)\cap(B\times D)$

ב. $(A\cup B)\times(C\cup D)\subset(A\times C)\cup(B\times D)$

($\subset$ - מוכל ממש)

ג. $(A\cup B)\times(C\cup D)\supset(A\times C)\cup(B\times D)$

ד. $(A\times B)\setminus(C\times D)=(A\setminus C)\times(B\setminus D)$

10. לכל אחת מן הקבוצות הבאות, קבע אם קיימות $A,B\subseteq R$ כך שהקבוצה הנתונה שווה $A\times B$. אם כן מצא את B,A. אם לא- הוכח שאין כאלו.

א. $\left\{(x,y)\in R\times R \middle| x^2+y^2\le 1\right\}$

ב. $\varnothing$

ג. $R\times R\setminus\left\{(x,y)\in R\times R:|x|,|y|\le 1\right\}$