תרגיל 10 אינפי למורים

9 בפברואר 2017

שאלה 1

מצאו את הנגזרת של הפוקנציה הבאה:

$$f(x)=ln(x)\cdot sin(x)\cdot sin(2\cdot x)$$

פתרון:

נשתמש בנגזרת של מכפלה:

$$f^{'}(x)=\frac{1}{x}sin(x)\,sin(2x)+ln(x)\,(sin(x)\cdot sin(2x))^{'}=\frac{sin(x)sin(2x)}{x}+ln\,(cos(x)\cdot sin(2x)+sin(x)\cdot 2cos\,(2$$

שאלה 2

$$f(x)=sin(x)\cdot ln(5x)$$

פתרון:

$$f^{'}(x)=cos(x)\cdot ln(5x)+\frac{sin(x)}{x}$$

שאלה 3

$$f(x)=4\cdot ln(x)$$

פתרון:

$$f^{'}(x)=\frac{4}{x}$$

שאלה 4

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1-cos\left(6\cdot x^{2}\right)}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$$

מצאו את הגזרת של הפונקציה בנקודה $x=0$.

פתרון:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1-cos\left(6\cdot x^{2}\right)}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$$

$$f^{'}(0)=lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(0)}{h}=lim_{h\to 0}\frac{\frac{1-cos\left(6h^2\right)}{h}}{h}=lim_{h\to 0}\frac{1-cos\left(6h^2\right)}{h^2}=lim_{h\to 0}\frac{1-cos\left(\sqrt{6h}\right)^2}{\left(\sqrt{6h}\right)^2}\cdot 6=0$$

שאלה 5

גזור את הפונקציות הבאות לפי ההגדרה:

א) $f(x)=cos(x)$

פתרון:

$$f^{'}(x)=lim_{h\to 0}\frac{cos(h+x)-cos(x)}{h}=lim_{h\to 0}\frac{-2sin\left(\frac{h+2x}{h}\right)sin\left(\frac{h}{2}\right)}{h}=lim_{h\to 0}-\frac{sin\left(\frac{h}{2}+x\right)sin\left(\frac{h}{2}\right)}{\frac{h}{2}}=-sin(x)$$

ב) $g(x)=xf(x)$ כאשר $f(x)$ גזירה ונגזרתה היא $f^{'}(x)$ (בטא את הנגזרת של g בעזרת $f(x)$, $f^{'}(x)$)

פתרון:

$$g^{'}(x)=lim_{h\to 0}\frac{(h+x)f(h+x)-xf(x)}{h}=lim_{h\to 0}\frac{x(f(h+x)-f(h))}{h}+lim_{h\to 0}\frac{hf(h+x)}{h}=f(x)+x\cdot f^{'}(x)$$

שאלה 6

גזור את הפונקציות הבאות בעזרת המשפטים:

א) $tan(x)=\frac{sin(x)}{cos(x)}$

פתרון:

$$tan^{'}(x)=\frac{cos(x)cos(x)-sin(x)\cdot(-sin(x))}{cos^2(x)}=\frac{1}{cos^2(x)}$$

ב) $\left(x^3+4\right)^{1000}$

פתרון:

$$\left(\left(x^3+4\right)^{1000}\right)^{'}=1000\left(x^3+4\right)^{999}\cdot 3\cdot x^2$$

ג) $\frac{tan\left(e^{x^2}\right)}{\sqrt{(log(x))^2+1}}$

פתרון:

$$\left(\frac{tan\left(e^{x^2}\right)}{\sqrt{log^2(x)+1}}\right)^{'}=\frac{\frac{2xe^{x^2}\cdot\sqrt{log^2(x)+1}}{cos\left(e^{x^2}\right)}-\frac{tan\left(e^{x^2}\right)\frac{1}{x}log(x)}{\sqrt{log^2(x)+1}}}{log^2(x)+1}$$

ד) $\frac{1}{log(log(e^{e^x}))}$

פתרון:

$$\frac{1}{log(log(e^{e^x}))} = \frac{1}{log(e^x)} = \frac{1}{x}$$

ולכן הנגזרת של הביטוי היא $-\frac{1}{x^2}$.