(א)נציב $t = 1 + ln(x)$ ונקבל $dt = \frac{1}{x}dx$ כלומר:

$$\int \frac{dt}{\sqrt{t}} = \frac{t^{1/2}}{1/2} + C = \frac{\left(1 + ln(x)\right)^{1/2}}{1/2} + C$$

(ב)נציב $t = 1 + \sqrt{x}$ ואז $x = (t-1)^2$ וכן $dx = 2(t-1)dt$ כלומר:

$$\int \frac{(t-1)^2}{t} \cdot 2(t-1)dt = 2\int \frac{(t-1)^3}{t} = 2\int \frac{t^3 - 3t^2 + 3t - 1}{t}dt$$
$$= 2\int t^2 - 3t + 3 - \frac{1}{t}dt = \frac{2}{3}t^3 - 3t^2 + 6t - 2ln|t| + C$$
$$= \frac{2}{3}\left(1 + \sqrt{x}\right)^3 - 3\left(1 + \sqrt{x}\right)^2 + 6\left(1 + \sqrt{x}\right) - 2ln\left|1 + \sqrt{x}\right| + C$$

(ג) נציב $t = 2x + 3$ ואז $dt = 2dx$ וכן $x = \frac{t-3}{2}$, מקבלים:

$$\frac{1}{4}\int (t-3)t^{1/6}dt = \frac{1}{4}\int t^{7/6} - 3t^{1/6}dt = \frac{1}{4}\frac{t^{13/6}}{13/6} - \frac{3}{4}\frac{t^{7/6}}{7/6} + C$$
$$= \frac{3}{26}(2x+3)^{13/6} - \frac{9}{14}(2x+3)^{7/6} + C$$

(ד) נציב $t = \sqrt{x+1}$ ואז $x = t^2 - 1$ וכן $dx = 2tdt$. מקבלים

$$2\int \frac{(t+2)t}{t^2 - 1 - t + 1}dt = 2\int \frac{t+2}{t-1}dt = 2\int 1 + \frac{3}{t-1}dt$$
$$= 2t + 3ln|t-1| + C = 2\sqrt{x+1} + 6ln\left(\sqrt{x+1} - 1\right) + C$$

(ה)

$$= \int \left(\frac{1}{x} - 1\right)^2 dx = \int \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} + 1dx = \frac{-1}{x} - 2ln|x| + x + C$$

(ו) נציב $t = e^{x/2}$ ואז $dt = \frac{1}{2}e^{x/2}$ כלומר $dx = 2e^{-x/2} = \frac{2}{t}$:

$$\int \frac{t^2}{t^2 + t}\frac{2}{t}dt = 2\int \frac{1}{t+1}dt = 2ln|t+1| + C = 2ln\left|e^{x/2} + 1\right| + C$$

(ז) השלמה לריבוע נותנת

$$arctan(x+2) + C$$

(ח) נציב $t = 1 - x$ ואז $dt = -dx$ ואז

$$-\int (1-t)t^100dt = \int t^{101} - t^100 = \frac{t^{102}}{102} - \frac{t^{101}}{101} + C$$

$$= \frac{(1-x)^{102}}{102} - \frac{(1-x)^{101}}{101} + C$$

(ט) אינטגרציה בחלקים עם $u = arcsinx$, $v' = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ ומקבלים

$$2\sqrt{x+1}arcsin(x) + 4\sqrt{1-x} + C$$

(י) אינטגרציה בחלקים עם $u = x$, $v' = e^{-x}$ ומקבלים

$$-xe^{-x} - e^{-x} + C$$

(יא) אינטגרציה בחלקים עם $u = sin\big(ln(x)\big)$, $v' = 1$ ומקבלים

$$\int sin\big(ln(x)\big)dx = xsin\big(ln(x)\big) - \int cos\big(ln(x)\big)dx$$

עוד אינטגרציה בחלקים עם $u = cos\big(ln(x)\big)$, $v' = 1$ ומקבלים

$$\int sin\big(ln(x)\big)dx = xsin\big(ln(x)\big) - xcos\big(ln(x)\big) - \int sin\big(ln(x)\big)dx$$

לכן ע"י העברת אגפים מקבלים

$$\int sin\big(ln(x)\big)dx = \frac{xsin\big(ln(x)\big) - xcos\big(ln(x)\big)}{2} + C$$

(יב)

$$\int \frac{x^2 - 2x + 1}{\sqrt{x}}dx = \int x^{1.5} - 2x^{0.5} + x^{(-0.5)}dx = \frac{x^{2.5}}{2.5} - 2\frac{x^{1.5}}{1.5} + \frac{x^{0.5}}{0.5} + C$$

(יג) $= \frac{1}{5}\frac{(5x-2)^8}{8} + C = \frac{(5x-2)^8}{40} + C$

(יד)

$$= a\int \frac{1}{\sqrt{b}\sqrt{1 - \frac{c}{b}x^2}}dx = \frac{a}{\sqrt{b}}\int \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\sqrt{\frac{c}{b}}x\right)^2}}dx$$

$$= \frac{a}{\sqrt{b}} \frac{arcsin\left(\sqrt{\frac{c}{b}}x\right)}{\sqrt{\frac{c}{b}}} + C = \frac{a}{\sqrt{c}} arcsin\left(\sqrt{\frac{c}{b}}x\right) + C$$

(טו) נציב $t = e^x$ ואז $dt = e^x dx = tdx$ כלומר $dx = \frac{1}{t}dt$ ומקבלים

$$\int \frac{1}{t^2+1} dt = \arctan(t) + C = \arctan(e^x) + C$$

(טז) נציב $t = 2x+3$ ואז $x = \frac{1}{2}(t-3)$ וכן $dx = \frac{1}{2}dt$ ומקבלים

$$\frac{1}{128}\int (t-3)^6 \sqrt{t}\, dt =$$

$$\frac{1}{128}\int (t^6 - 18t^5 + 135t^4 - 540t^3 + 1215t^2 - 1458t + 729)\sqrt{t}\, dt$$

$$= \frac{1}{128}\int t^{6.5} - 18t^{5.5} + 135t^{4.5} - 540t^{3.5} + 1215t^{2.5} - 1458t^{1.5} + 729t^{0.5}dt =$$

$$\frac{1}{128}\left(\frac{t^{7.5}}{7.5} - 18\frac{t^{6.5}}{6.5} + 135\frac{t^{5.5}}{5.5} - 540\frac{t^{4.5}}{4.5} + 1215\frac{t^{3.5}}{3.5} - 1458\frac{t^{2.5}}{2.5} + 729\frac{t^{1.5}}{1.5}\right) + C$$

$$=\frac{1}{128}\left(\frac{(2x+3)^{7.5}}{7.5} - 18\frac{(2x+3)^{6.5}}{6.5} + 135\frac{(2x+3)^{5.5}}{5.5} - 540\frac{(2x+3)^{4.5}}{4.5} + 1215\frac{(2x+3)^{3.5}}{3.5} - 1458\frac{(2x+3)^{2.5}}{2.5} + 729\frac{(2x+3)^{1.5}}{1.5}\right)+C$$

(יז) אינטגרציה בחלקים עם $u' = x, v = (lnx)^2$:

$$= \frac{x^2(lnx)^2}{2} - \int xln(x)$$

ועוד אינטגרציה בחלקים עם $u' = x, v = lnx$:

$$= \frac{x^2(lnx)^2}{2} - \frac{x^2 lnx}{2} + \frac{x^2}{4} + C$$

(יח) כמו שראינו אינטגרציה בחלקים פעמיים והעברת אגפים ומקבלים

$$\frac{e^x sin(x) + e^x cos(x)}{2} + C$$