

תרגיל 2 אינפי 4:

1. חשבו את האינטגרל:

$$\int (x + 2y + 3z) ds$$

לאורך המסילה:

$$\gamma(t) = (t + 1, t, 1), t \in [0, 1]$$

2. חשבו את האינטגרל:

$$\int (x^2 + y) ds$$

לאורך שפת הריבוע $\{(x, y) \mid |x| + |y| = 1\}$.

3. הוכיחו כי אם γ מסילה בעלת אורך אז מתקיים $\int ds = L(\gamma)$ כאשר משמאל זהו

אינטגרל קווי מסוג ראשון של פונקציה מסויימת לאורך המסילה ומימין זהו אורך המסילה הנ"ל.

4. תהי $U \subseteq \mathbb{R}^n$ קבוצה פתוחה, ותהי $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ גזירה ברציפות. כמו כן, תהי

$\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$ גזירה ברציפות גם היא. הוכיחו:

$$\int_{\gamma} df = f(\gamma(b)) - f(\gamma(a))$$

כאשר משמאל זהו אינטגרל קווי מסוג ראשון לאורך המסילה של הדיפרנציאל של f .

5. הראו כי פונקציה ורטורית רדיאלית (שערכה תלוי בגודל הוקטור) מהצורה:

$$F(x) = \varphi(\|x\|) \cdot x$$

כאשר $\varphi : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ רציפה, היא שדה משמר.

רמז: התבוננו בפונקציה $f(x) = \int_1^{\|x\|} s \varphi(s) ds$.