

בוחרן - מופשטת קיץ 2013

הנחיות:

1. פתרו את כל השאלות.
2. פתרו כל שאלה בדף נפרד.
3. בראש כל דף רשמו: מספר השאלה, שם פרטי, שם משפחה, ת.ז., שם המתרגל/ת.
4. שימוש בחומר עזר אסור.

שאלה 1

א. (15 נקודות) האם $\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R}, a^2 + b^2 > 0 \right\}$ היא אגודה, מונואיד

או חבורה (ביחס לפעולת כפל מטריצות)? הוכיחו את תשובתכם!

ב. (20 נקודות) הראו ש- $(\mathbb{Q}, +, 0)$ אינה נוצרת סופית.

שאלה 2

עבור כל אחת מן הפונקציות הבאות הוכיחו כי היא הומומורפיזם. בדקו עבור כל פונקציה האם היא מונומורפיזם, האם היא אפימורפיזם והאם היא איזומורפיזם.

א. (15 נקודות) $f: (\mathbb{C}^*, \cdot) \rightarrow (\mathbb{C}^*, \cdot)$ המוגדרת על ידי $f(x) = x^5$.

ב. (15 נקודות) $f: (\mathbb{Q}^*, \cdot) \rightarrow (\mathbb{Q}^*, \cdot)$ המוגדרת על ידי $f(x) = x^5$.

שאלה 3

א. (20 נקודות) תהי G חבורה. הוכיחו: אם כל איבר ב- G (פרט לאיבר היחידה) הוא מסדר 2, אזי G אבלית.

ב. (20 נקודות) תהי G חבורה לא אבלית מסדר 16. הוכיחו שקיימת ב- G תת חבורה ציקלית מסדר 4.

בהצלחה!