

**מבחן – חדו"א 89-118 1 (מועד א' תשע"ג)**

**מרצה:** ד"ר שחר נבו

**מתרגל:** ד"ר אפי כהן

**הוראות לנבחן**

1. ענה על 5 שאלות מתוך 6.
2. כל שאלה מזכה ב 20 נקודות.
3. חומר עזר – מחשבון כיס בלבד.
4. חובה לנמק את תשובותיך – תשובה ללא נימוק לא תתקבל.

**1 שאלה**

א. חשב  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{n^2 - 1}{2n^4 + 2} \right)^{3n^2 - 5}$

ב. קבע האם הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n}$  מתכנס בתנאי, מתכנס בהחלט או מתבדר.

**2 שאלה**

א. תהיי  $f(x)$  פונקציה המוגדרת ע"י  $f(x) = \begin{cases} 1 + \ln x & x \leq 1 \\ 2x^2 - ax + b & x > 1 \end{cases}$

מצא  $a, b$  כך ש  $f(x)$  תהייה גזירה ורציפה עבור כל  $x > 0$ .

ב. הוכח או הפרך: אם  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  ו  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  מתכנסים אז  $\sum_{n=1}^{\infty} (b_n \cdot a_n)$  מתכנס.

**3 שאלה**

א. מצא משיק לפונקציה  $f(x) = x^3 - x^2 - 2$  בנקודה בה  $x = -1$ . מצא משיק נוסף המקביל לו.

ב. גזור  $\arctan \frac{1+x}{1-x}$ .

**4 שאלה**

חקור את הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$  לפי הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה.
- ב. נקודות חיתוך עם הצירים.
- ג. תחומי עליה וירידה ונקודות קיצון.
- ד. תחומי קעירות וקמירות ונקודות פיתול.
- ה. אסימפטוטות (אנכיות, אופקיות או משופעות) ו. שרטוט הגרף.

**5 שאלה**

א. נסח את משפט ערך הביניים.

ב. חשב:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4}{n^5}$

**6 שאלה**

א. האם הפונקציה  $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$  רציפה במידה שווה בקטע  $(0, 1]$ ?

ב. חשב  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - x \sin x - \cos x}{x^2}$

בהצלחה!

**מבחן – חדו"א 1 89-118 (מועד א' תשע"ג)**

**מרבצה:** ד"ר שחר נבו

**מתרגל:** ד"ר אפי כהן

**הוראות לנבחן**

1. ענה על 5 שאלות מתוך 6.
2. כל שאלה מזכה ב 20 נקודות.
3. חומר עזר – מחשבון כיס בלבד.
4. חובה לנמק את תשובותיך – תשובה ללא נימוק לא תתקבל.

**שאלה 1**

א. חשב  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3 - n^2 + 1}{n^3 + 4n^2 - 2} \right)^n$ .

ב. קבע האם הטור  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$  מתכנס.

**שאלה 2**

א. נתון  $|f(x)| \leq |x|^{\frac{1}{2}}$  לכל  $x$ . מצא  $f(0)$  ו  $f'(0)$ .

ב. גזור  $e^{\frac{x-1}{x+1}}$ .

**שאלה 3**

א. נתון כי הטורים  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 2b_n)$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} (2a_n + b_n)$  מתכנסים. הוכח כי  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  ו  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  מתכנסים.

ב. מצא נקודת לגרנז' (אחת או יותר) של הפונקציה  $f(x) = x^3 - x^2 - 2$  כלפי קצות הקטע  $[-3, 3]$ .

**שאלה 4**

חקור את הפונקציה  $f(x) = \frac{1-x}{1+2x^2}$  לפי הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה.
- ב. נקודות חיתוך עם הצירים.
- ג. תחומי עלייה וירידה ונקודות קיצון.
- ד. תחומי קעירות וקמירות ונקודות פיתול.
- ה. אסימפטוטות (אנכיות, אופקיות או משופעות) ו. שרטוט הגרף.

**שאלה 5**

א. חשב  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n^5 + 8)}{n}$ .

ב. רשום את הגדרת הגבול של פונקציה במקרה  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$  (מספר סופי).

**שאלה 6**

א. האם הפונקציה  $f(x) = \frac{e^x - 2}{e^x + 1}$  רציפה במידה שווה בקטע  $[0, \infty)$ ?

ב. חשב  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\sin(2x))}{\ln(\sin(3x))}$ .

בהצלחה!

## דף נוסחאות

### נוסחאות כפל מקוצר

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

### נגזרות

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$(f \cdot g)^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)}$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

### זהויות טריגונומטריות

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

### משוואת משיק

משוואת משיק לפונקציה  $f(x)$  העובר דרך הנקודה  $(x_0, f(x_0))$  :  $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

### מציאת אסימפטוטה

אסימפטוטה משופעת  $y = ax + b$  לגרף הפונקציה  $f(x)$  :

$$a = \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ (x \rightarrow -\infty)}} \frac{f(x)}{x}, b = \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ (x \rightarrow -\infty)}} (f(x) - ax)$$