

תרגיל מספר 2

1. חיקרו את הפונקציות הבאות חקירה מלאה (תחום הגדרה , זוגיות , נקודות קיצון ותחומי עלייה / ירידה , תחומי קמירות מעלה /מטה ופיתול, אסימפטוטות ולבסוף גרף הפונקציה) :
- א. $f(x) = |x|e^{-|x-1|}$
- ב. $f(x) = x - 2 \arctan(x)$

2. הוכיחו או הפריכו :

- אם f גזירה פעמיים בקטע (a, b) וקיים $f^{(2)}(x) \geq 0$ לכל x בקטע , אז לכל שתי נקודות c, d בקטע מתקיים :

$$f\left(\frac{c+d}{2}\right) \leq \frac{f(c)+f(d)}{2}$$

א) פתחו לטור מקלורין את הפונקציה : $f(x) = xe^x$

ב) חשבו את הערך $0.1 \cdot e^{0.1}$ בדיוק העולה על 10^{-4} .

4.א) נתון כי :

א) f, g גזירות n פעמים לכל x

ב) עבור $k=0,1,2,\dots,n-1$ $f^{(k)}(x_0) = g^{(k)}(x_0)$

ג) לכל $x > x_0$ $f^{(n)}(x) > g^{(n)}(x)$

אזי – יש להוכיח שמתקיים $f(x) > g(x)$ לכל $x > x_0$

(ב) הוכיחו כי עבור $x > 0$ מתקיים :

$$x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x) < x \quad \text{וגם} \quad e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$$

5. חשבו את הגבול הבא בעזרת פיתוח טיילור מתאים :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - e^{-\frac{x^2}{2}}}{x^4}$$