תורת הקבוצות- תרגיל בית 1

6 בנובמבר 2016

1. יהיו $(A,<_A),(B,<_B)$ שתי קבוצות זרות סדורות היטב. נגדיר יחס סדר $<$ על $A\cup B$ באופן הבא:
יהיו $x,y\in A\cup B$. אם $x,y\in A$ אז $x<y\iff x<_A y$. אם $x,y\in B$ אז $x<y\iff x<_B y$. ואם בה"כ $x\in A,y\in B$ אז $x<y$.
הוכיחו שזהו סדר טוב.
2. תהי A סדורה היטב. נסמן ב$A^{\mathbb{N}}$ את קבוצת הסדרות האינסופית מעל A. נגדיר יחס סדר על $A^{\mathbb{N}}$ באופן הבא: $(a_1,a_2,...)<(b_1,b_2,...)\iff a_i<b_i$ עבור $i=min\{j\in\mathbb{N},a_j\neq b_j\}$.
הוכח/הפרך: זהו סדר טוב.
3. תהי A קבוצה סדורה, $B\subseteq A$ קופינלית בA, $C\subseteq B$ קופינלית בB. הוכיחו שC קופינלית בA.
4. הוכח/הפרך: $\mathbb{R}\cong\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$. (איזומורפיות סדר)
5. הוכח/הפרך: יהיו A,B קבוצות סדורות. אם יש $f:A\to B$ שומרת סדר, ו$g:B\to A$ שומרת סדר, אז A וB איזומורפיות סדר.