

תרגיל בית 1 במבנים אלגבריים 89-214 סמסטר א' תשע"ח

הוראות בהגשת הפתרון יש לרשום בכל דף שם מלא, מספר ת"ז ומספר קבוצת תרגול.

שאלה 1. ענו עבור כל אחת מן המערכות האלגבריות הבאות: האם היא אגודה? האם היא מונואיד? אם כן, מי הוא איבר היחידה? האם היא חבורה? האם הפעולה היא חילופית?

א. $(\mathbb{Z}, *)$, המספרים השלמים עם הפעולה $a * b = a + b + 2$.

ב. (\mathbb{N}, \max) , המספרים הטבעיים עם הפעולה של בחירת המקסימום.

ג. $(2\mathbb{Z}, \cdot)$, המספרים השלמים הזוגיים עם פעולת הכפל הרגילה.

ד. $(\mathbb{R}, *)$, המספרים הממשיים עם הפעולה $a * b = \sqrt{a+b}$.

ה. הקבוצה הבאה ביחס לחיבור מטריצות

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{R}, a^2 + b^2 > 0 \right\}$$

ו. (A, \cdot) , הקבוצה מן הסעיף הקודם ביחס לכפל מטריצות.

ז. $(\mathbb{R} \setminus \{-1\}, \circ)$, המספרים הממשיים עם הפעולה $a \circ b = a + b + ab$. רמז: קודם הוכיחו שזו פעולה סגורה.

שאלה 2. תהי G חבורה. הוכיחו כי G היא אבלית אם ורק אם לכל $a, b \in G$ מתקיים כי $(ab)^2 = a^2b^2$.

שאלה 3. יהי M מונואיד שבו כל איבר הפיך מימין. הוכיחו או הפריכו: M הוא חבורה.