

פתרון תרגיל 7

פתרון שאלה 1

$$f(x) = \sin(x) \ln(x) = \cos(x) \ln(x) + \sin(x) \frac{1}{x}$$

שאלה 2

$$f(x) = \sin(x) \cdot \ln(5x)$$

פתרון:

$$f'(x) = \cos(x) \cdot \ln(5x) + \frac{\sin(x)}{x}$$

שאלה 3

$$f(x) = 4 \cdot \ln(x)$$

פתרון:

$$f'(x) = \frac{4}{x}$$

שאלה 4

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(6 \cdot x^2)}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

מצאו את הגזרת של הפונקציה בנקודה $x = 0$.

פתרון:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(6 \cdot x^2)}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$$f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1 - \cos(6h^2)}{h} - 0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(6h^2)}{h^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\sqrt{6h})^2}{(\sqrt{6h})^2}.$$

$6 = 0$

שאלה 5

גזור את הפונקציות הבאות לפי ההגדרה:

$$f(x) = \cos(x) \quad \&$$

פתרון:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(h+x) - \cos(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2 \sin\left(\frac{h+2x}{2}\right) \sin\left(\frac{h}{2}\right)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} - \frac{\sin\left(\frac{h}{2} + x\right) \sin\left(\frac{h}{2}\right)}{\frac{h}{2}} = -\sin(x)$$

ב) $g(x) = x f(x)$ כאשר $f(x)$ גזירה ונגזרתה היא $f'(x)$ (בטא את הנגזרת של g)

בעזרת $f(x)$, $f'(x)$

פתרון:

$$g'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h+x)f(h+x) - xf(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x(f(h+x) - f(x))}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{hf(h+x)}{h} = f(x) + x \cdot f'(x)$$

שאלה 6

גזור את הפונקציות הבאות בעזרת המשפטים:

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} \quad (\alpha)$$

פתרון:

$$\tan'(x) = \frac{\cos(x)\cos(x) - \sin(x) \cdot (-\sin(x))}{\cos^2(x)} = \frac{1}{\cos^2(x)}$$

$$(x^3 + 4)^{1000} \quad (\beta)$$

פתרון:

$$\left((x^3 + 4)^{1000} \right)' = 1000 (x^3 + 4)^{999} \cdot 3 \cdot x^2$$

$$\frac{\tan(e^{x^2})}{\sqrt{(\log(x))^2 + 1}} \quad (\gamma)$$

פתרון:

$$\left(\frac{\tan(e^{x^2})}{\sqrt{\log^2(x)+1}} \right)' = \frac{\frac{2xe^{x^2} \cdot \sqrt{\log^2(x)+1}}{\cos(e^{x^2})} - \frac{\tan(e^{x^2}) \cdot \frac{1}{x} \log(x)}{\sqrt{\log^2(x)+1}}}{\log^2(x)+1}$$

$$\frac{1}{\log(\log(e^{e^x}))} \quad (\delta)$$

פתרון:

$$\frac{1}{\log(\log(e^{e^x}))} = \frac{1}{\log(e^x)} = \frac{1}{x}$$

ולכן הנגזרת של הביטוי היא $-\frac{1}{x^2}$.