

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 20 נק', ענו על כל השאלות. כל ציון מעל 100 יעוגל ל100.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{(n!)^2}{(2n)!}} \quad \text{ג.} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} 2x \arctan(x) - \pi x \quad \text{ב.} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{(x^2)} - 1) \sin(2x)}{(1 - \cos(x)) \ln(1 + 2x)} \quad \text{א.}$$

2.

א. חשבו את  $\int \frac{\cos(x)}{\sin(x) + 1 + \cos^2(x)} dx$

ב. קבעו האם האינטגרל הבא מתכנס  $\int_1^{\infty} \frac{\arctan(x)}{x^2 - x + 1} dx$

3.

א. מצאו את הערך המינימלי של הפונקציה  $e^{2x} - x$ .

ב. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה  $e^x = \sqrt{x}$ .

4. תהי פונקציה  $f$  הגזירה בכל הממשיים, ומקיימת כי לכל  $x \in \mathbb{R}$ , וכמו כן  $f(0) = 0$ .

א. הוכיחו כי לכל  $x > 0$  מתקיים כי  $f(x) < \frac{x^2}{2}$ .

ב. חשבו את  $\lim_{x \rightarrow (-\infty)} f(x)$ .

5. נביט בסדרה המוגדרת על ידי כלל הנסיגה  $a_{n+1} = 2a_n + \frac{1}{n}$ , ותנאי ההתחלה  $0 < a_1$ .

א. הוכיחו כי  $a_n$  מונטונית עולה.

ב. חשבו את  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

6.

א. חשבו את גבול הסדרה  $a_n = \sum_{k=1}^n \left( \sin\left(\frac{k}{n}\right) - \sin\left(\frac{k-1}{n}\right) \right)$

ב. קרבו את  $\int_0^1 \sin(x^2) dx$  באמצעות פולינום טיילור מדרגה 3 של הפונקציה  $f(x) = \int_0^x \sin(t^2) dt$ .