דף תרגילים 8

1. תהי $X(u,v)$ פרמטריזציה של משטח, ונתון כי ידוע ש $g_{12} \equiv L_{12} \equiv 0$.
   - א. הגדירו את העקמומיות הראשיות של הפרמטריזציה k_1, k_2.
   - ב. מצאו את המקדמים $L^i{}_j$ של העתקת וינגרטן.
   - ג. בטאו את היחס k_1 / k_2 בעזרת המקדמים של התבניות הראשונה והשניה.
   - ד. חשבו את k_1 / k_2 עבור משטח הסיבוב של העקומה $x = z^2 + \frac{1}{4}$ סביב ציר ה z.

2. תהי $\gamma(u) = \left(f(u), 0, g(u)\right)$ עקומה במהירות יחידה במישור xz. תהי $x(\theta,u)$ פרמטרזציה של משטח הסיבוב המתקבל מסיבוב העקומה $\gamma(u)$ סביב ציר ה- z.
   - א. הביעו את שטח המשטח באמצעות המרחק של $\gamma(u)$ מציר ה- z.
   - ב. הביעו את עקמומיות גאוס באמצעות המרחק של $\gamma(u)$ מציר ה- z.
   - ג. עבור איזו עקומה $\gamma(u)$ מתקיים שעקמומיות גאוס קבועה ושווה ל- 0
   - ד. הראו שאם $f(u) = \sin u$ אז עקמומיות גאוס קבועה וחיובית. מהו המשטח המתקבל במקרה זה?

3. הסתכלו שוב בתרגיל 7, שאלה 2. ביחס למשטחים הנתונים בשאלה זו חשבו את ערכי העקמומיות הראשיים, ואת עקמומיות גאוס של המשטחים.
   - א. אליפסואיד,

$$X(\theta,\phi) = \begin{pmatrix} a\cos\phi\cos\theta \\ a\cos\phi\sin\theta \\ c\sin\phi \end{pmatrix}, \quad a, c > 0$$

   - ב. חרוט,

$$X(\theta,\phi) = \begin{pmatrix} \phi\cos\theta \\ \phi\sin\theta \\ k\phi \end{pmatrix}, \quad k > 0$$

   - ג. טורוס,

$$X(\theta,\phi) = \begin{pmatrix} (2+\cos\phi)\cos\theta \\ (2+\cos\phi)\sin\theta \\ \sin\phi \end{pmatrix}$$

   - ד. הליקואיד,

$$X(u,v) = \begin{pmatrix} u\cos v \\ u\sin v \\ kv \end{pmatrix}, k > 0$$