

מבוא להסתברות וסטטיסטיקה

תרגיל מספר 6:

הגשה תוך שבועיים בתרגול לידי המתרגל בלבד.

שאלה 1:

- אנשים נכנסים לחנות מסוימת בקצב של 30 בכל שעה. מצאו את ההסתברויות-
- שבמשך 5 דקות ייכנסו לפחות 4 אנשים.
 - שבמשך 10 דקות ייכנסו לפחות 4 אנשים.
 - מהי התוחלת של מספר האנשים הנכנסים ב- N דקות.

שאלה 2:

- א. יהיו $X \sim P(\lambda)$, $Y \sim P(\mu)$ משתנים ב"ת. יהי $Z = X + Y$. מצאו את ההתפלגות של X בהינתן $Z = n$.

שאלה 3:

- יהיו X_1, \dots, X_r משתנים מקריים בלתי תלויים כך שלכל $k = 1, \dots, r$: $X_k \sim Poi(\lambda)$
הוכיחו באינדוקציה ש $X_1 + \dots + X_r \sim Poi(r\lambda)$

שאלה 4:

- מספר הסטודנטים X_k שמאחרים בדיוק ב- $k = 1, \dots, 10$ דקות בהגשת התרגיל, מתפלג פואסונית עם פרמטר $\lambda = 2$.

- כיצד מתפלג המשתנה $S_n = X_1 + \dots + X_n$ לכל n ?
- מצאו את ההתפלגות של $S_9 | (S_2 = 2)$.

שאלה 5:

יהי $X \sim P(\lambda)$. חשבו:

- $E(X!)$.
- $E[(X + 1)!]$.

שאלה 6:

מספר התקלות בקו ייצור הוא משתנה מקרי פואסוני עם קצב 5 תקלות ליום.

- מהי ההסתברות לתקלה אחת לפחות במשך יום שלם?
- מהי ההסתברות שבמשך יומיים לא תתרחש אף תקלה?
- מהי ההסתברות שבמשך חודש עבודה (25 יום) יהיו לפחות 10 ימים "מוצלחים", כאשר יום "מוצלח" מוגדר כיום עם תקלה אחת לכל היותר?

שאלה 7:

כדורים נפלטים מלוע תותח בקצב של 0.5 לשנייה בממוצע. בחמש שניות מסוימות נפלטו 3 כדורים. מהי התפלגות מספר הכדורים שנפלטו בשנייה הראשונה מבין חמש השניות האלה? ציינו במפורש את שם התפלגות מוכרת זו.

שאלה 8:

יהי $X \sim \text{Poi}(\lambda)$.
א. מצאו מספר k כך ש $P(X = k)$ מקסימלי.
ב. חשבו את ההסתברות ש X זוגי.

שאלה 9:

יהי X משתנה מקרי המקבל את כל הערכים האישיליים. נתון שלכל k שלם חיובי מתקיים ש $k \cdot P(X = k) = 10 \cdot P(X = k - 1)$ מצאו את ההתפלגות של X בצורה מפורשת.