

**בוחן לינארית 2 - סמסטר א' תשע"ו**

יש לענות על כל השאלות הבאות.  
משך הבוחן : שעה וחצי

שאלה 1 (35 נקודות) :

נתונות המטריצות

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- א. (20 נקודות) חשבו את הפולינום האופייני והפולינום המינימאלי של כל אחת מהמטריצות  $A, B$ .
- ב. (15 נקודות) האם  $A$  ו- $B$  דומות? נמקו את תשובתכם.  
(רמז : התבוננו במטריצות  $A - I, B - I$ .)

שאלה 2 (35 נקודות) :

- יהי  $V$  מרחב וקטורי ממימד סופי. ויהיו  $T, S: V \rightarrow V$  אופרטורים לינאריים.
- א. הוכח כי אם  $\lambda = 0$  הוא ערך עצמי של  $ST$ , אז הוא ערך עצמי של  $TS$ .
- ב. הוכח כי אם  $\lambda \neq 0$  הוא ערך עצמי של  $ST$  ואם  $v$  הוא וקטור עצמי של  $ST$  השייך ל  $\lambda$ , אז  $Tv$  הוא וקטור עצמי של  $TS$  השייך ל  $\lambda$ .
- ג. הוכח כי ל- $ST$  ול- $TS$  יש אותם ערכים עצמיים.

שאלה 3 (35 נקודות) :

נתונה המטריצה  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- א. מצא את העי"ע והעי"ע של  $A$ .
- ב. האם  $A$  לכסינה מעל  $\mathbb{R}$ ? אם כן, מצאו מטריצה  $P$  הפיכה ו  $D$  אלכסונית כך ש  $P^{-1}AP = D$ .

בהצלחה!