

מבחן מועד א' – 83-112 חדו"א 1 להנדסה – 23/01/22

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד

משך המבחן: שלוש שעות

מרצים: דר' אחיה בר-און, דר' ארז שיינר

כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100

ענו על כל השאלות

משקל כל שאלה: 20 נק'

1. חשבו את הגבולות הבאים:

ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{2n}}{\sqrt{n!}}$

ב. $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - x)^{\frac{1}{x^2}}$

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin(2x+1))(1-\cos(3x))}{\ln(1+7x) \sin(5x)(1+x^2)}$

2.

א. חשבו את $\int \frac{\arctan(x)}{x^2} dx$

ב. קבעו אם האינטגרל הבא מתכנס או לא $\int_1^{\infty} \frac{\arctan(e^x)}{x^2+1} dx$

3. נביט בפונקציה $f(x) = x^x$ המוגדרת עבור $x > 0$.

א. מצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.

ב. לכל a ממשי, מצאו כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = a$.

4. תהי פונקציה f הגזירה בקטע $(1, \infty)$.

א. הוכיחו או הפריכו: אם $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$ אז $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$.

ב. הוכיחו או הפריכו: אם $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ אז $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$.

5. תהי סדרה a_n המקיימת לכל n כי $a_{n+1} = a_n^2 + a_n + \frac{a_n}{n^2}$ וכן $a_1 = \frac{1}{10}$.

א. הוכיחו כי a_n מונוטונית עולה.

ב. חשבו את $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

6.

א. חשבו את גבול הסדרה

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{2k}{n^2 + k^2}$$

ב. קרבו את $\sqrt[3]{9}$ עד כדי שגיאה של $h = \frac{1}{100}$.