

## תרגיל

תהי  $L_1$  שפה  $L_1 = \{(P, k)\}$  כאשר  $k > 1$  וגם  $P$  תוכנית שמבין כל המחרוזות שמתחילות ב  $a$  מאשררת  $k$  מהן. האם  $L_1$  כריעה? ניתנת לזיהוי?

### פתרון

ננסה להוכיח ש  $L_1$  אינה ניתנת לזיהוי ברדוקציה מ  $\overline{A_{TM}}$  ל  $L_1$ :

$$(P, w) \in \overline{A_{TM}} \Leftrightarrow (Q, k) \in L_1$$

$$:(k = 2) \text{ נבנה } (P, w)$$

$$:Q(x)$$

$$(1) \quad \text{אם } x \in \{a, aa\} \text{ נאשר}$$

$$(2) \quad \text{הרץ } P(w) \text{ והחזר את תשובתה}$$

### הוכחה

$$\Rightarrow \text{נניח } (P, w) \in A_{TM} \Leftrightarrow P(w) \neq 1$$

$$Q \Leftrightarrow P \uparrow w \text{ מאשרת 2 קלטים}$$

$$Q \Leftrightarrow P(w) = 0 \text{ לא מאשרת קלטים נוספים בסעיף 2} \Leftrightarrow \text{מאשרת שני קלטים}$$

$$Q \in L_1 \text{ ולכן}$$

$$\Leftrightarrow (Q, 2) \in L_1 \Leftrightarrow Q \Leftrightarrow \text{מאשרת שני קלטים בלבד - את הקלטים } aa, a$$

$$\text{מאשרת בסעיף 1. כלומר בסעיף 2 } Q \text{ לא מאשרת שוב קלט, כלומר } P(w) \neq 1$$

$$(P, w) \in \overline{A_{TM}} \Leftrightarrow 1$$

$$P(w) = 1 \Leftrightarrow (P, w) \notin \overline{A_{TM}} \Leftrightarrow \text{כל קלט שניתן ל } Q \text{ יאושר בשלב 1 או בשלב 2. } L(Q) = \Sigma^* \Leftrightarrow |L(Q)| = \infty \Leftrightarrow (Q, w) \notin L_2 \text{ וסיימנו.}$$

## תרגיל

$R_{TM} = \{P | L(P) \in R\}$  כאשר  $R$  היא קבוצת השפות הכריעות. האם  $R_{TM}$  כריעה? ניתנת לזיהוי?

### פתרון

$R_{TM}$  לא כריעה: בגלל משפט רייס.

השפה אינה ניתנת לזיהוי: רדוקציה מ  $\overline{A_{TM}}$  ל  $R_{TM}$ . כלומר  $(P, w) \in \overline{A_{TM}} \Leftrightarrow Q \in R_{TM}$

$$:(P, w) \text{ נבנה } Q$$

$$:Q(x)$$

$$(1) \quad \text{הרץ } P(w) \text{ אם דחתה נדחה.}$$

$$(2) \quad \text{בדוק}$$

$$\text{א. } x \text{ הוא מהצורה } P' \# w'v$$

ב.  $P'$  ו  $W'$  אינם מכילים את התו #

ג.  $P'$  קוד חוקי של תוכנית.

אם אחד התנאים לא מתקיים דחה.

(3) הרץ  $P'(w')$

(4) אשר.

הבניה חישובית:

$\Rightarrow$   $P(w) \neq 1, (P, w) \in \overline{A_{TM}}$  שום קלט לא עובר את שלב 1 ולא יאושר  
 $\Leftarrow$   $L(Q) = \emptyset$  ולכן  $Q \in R_{TM}$

$\Leftarrow$   $P(w) = 1, (P, w) \notin \overline{A_{TM}}$  כל קלט מגיע לשלב 2. נשים לב לפי הגדרת  
 $Q$  קלט  $x$  יעבור לשלב 4, יאושר  $\Leftrightarrow x = P' \# w'$  כאשר  $x$  עובר את הבדיקות  
של 2  $P'(w') = 1 \Leftarrow L(Q) = H$  והיא אינה כריעה ולכן  $Q \in \overline{R_{TM}}$