

תרגיל 23 – לוגיקה 2014

תרגיל (תכונות של יחסים)

קבעו אילו מ-9 התכונות שלמדנו מקיים כל אחד מהיחסים הבאים:

(כל היחסים מוגדרים על התחום $D = \{1, 2, 3, 4\}$.)

א. $I(R) = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 1, 3 \rangle\}$

ב. $I(R) = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle\}$

ג. $I(R) = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 2, 4 \rangle\}$

ד. $I(R) = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 2, 4 \rangle\}$

תרגיל (כללי גזירה-פרדיקטים)

מצאו את הטעויות בהוכחות הבאות (האות "p" מציינת שהשורה הנוכחית היא הנחה בטיעון):

[שימו לב שיכולה להיות יותר מטעות אחת בכל סעיף!]

א.

1. $Sb \wedge Cb$ $p.$

2. $\forall x(Sx \wedge Cx) \rightarrow \neg \exists yFy$ $p.$

3. $(Sb \wedge Cb) \rightarrow \neg \exists yFy$ $2, UI$

4. $\neg \exists yFy$ $1, 3, M.P.$

5. $\neg Fa$ $4, EI$

6. $\exists x \neg Fx$ $5, EG$

ב.

1. $(Aa \wedge Bb) \rightarrow Cc$ $p.$

2. $\forall x(Ax \wedge Bx)$ $p.$

3. $Aa \wedge Bb$ $2, UI$

4. Cc $1, 3, M.P.$

5. $\forall x Cx$ $4, UG$

.λ

1. $\forall x((Hx \wedge Kx) \rightarrow Mx)$ $p.$
2. $\exists x(Hx \wedge Kx)$ $p.$
3. $Hx \wedge Kx$ $2, EI$
4. Mx $1, 3, M.P.$
5. $\exists xMx$ $4, EG$

.τ

1. $\forall x(Mx \rightarrow Gx) \rightarrow Fa$ $p.$
2. $\forall x(\neg Gx \rightarrow \neg Mx)$ $p.$
3. $\neg Gy \rightarrow \neg My$ $2, UI$
4. $\forall x(\neg Gx \rightarrow \neg Mx) \rightarrow Fa$ $1, trans.$
5. $(\neg Gx \rightarrow \neg Mx) \rightarrow Fa$ $4, UI$
6. Fa $3, 5, M.P.$
7. $\forall xFx$ $6, UG$

.η

1. $\exists x(Fx \wedge \neg Mx)$ $p.$
2. $\forall x((Gx \vee Hx) \rightarrow Mx)$ $p.$
3. $(Ga \vee Ha) \rightarrow Ma$ $2, UI$
4. $Fa \wedge \neg Ma$ $1, EI$
5. $\neg Ma$ $4, simp.$
6. $\neg(Ga \vee Ha)$ $3, 5, M.T.$
7. $\exists x\neg(Gx \vee Hx)$ $6, EG$

.ι

1. $\forall x\exists y((Fx \wedge Gy) \rightarrow Lxy)$ $p.$
2. $\exists y((Fz \wedge Gy) \rightarrow Lxy)$ $1, UI$
3. $\exists y((Fy \wedge Gy) \rightarrow Lyy)$ $1, UI$
4. $\exists y((Fx \wedge Gy) \rightarrow Lxy)$ $1, UI$

.1

1. $\exists xFx \quad p.$

2. $\exists xGx \quad p.$

3. $Fa \quad 1, EI$

4. $Ga \quad 2, EI$

5. $Fa \wedge Ga \quad 3, 4, conj.$

6. $\exists y(Fy \wedge Ga) \quad 5, EG$

7. $\exists z\exists y(Fy \wedge Gz) \quad 6, EG$

בהצלחה!