<u>פיתרון לתרגיל מספר 4</u>

<u>תשובה 1:</u>

א. תהינה $R_j=(b_1,....,b_n)$, $R_i=(a_1,...,a_n)$ השורה ה i וה j של המטריצה M <u>שאינן</u> תלויות לינארית , אזי <u>לא</u> קימים סקלרים a,b כך ש

$$aR_i+bR_j=a(a_1,...,a_n)+b(b_1,....,b_n)=(aa_1+bb_1,....,aa_n+bb_n)=\overline{0}$$

או במילים אחרות <u>לא קיים</u> סקלר $\lambda=\frac{b}{a}$ כך ש $a_i+\lambda b_i=0$ לכל i .**(*)**

השורות עפ"י ההנחה בת"ל לכן קיים $b_i\neq 0$ (אחרת R_j שורת אפסים) נניח בה"כ ש $b_1\neq 0$

מאחר וכל מינור מתאפס בפרט מינור מהצורה $0=\begin{vmatrix} b_1 & b_j \\ a_1 & a_j \end{vmatrix}=b_1a_j-b_ja_1$ לכן

לכל $2\le j\le n$ מתקיים $b_1a_j-b_ja_1=0 \Leftarrow a_j-\frac{a_1}{b_1}b_j=0$.

בפרט השיוויון מתקיים עבור $j=1$ (הציבו). והינה מצאנו $\lambda=-\frac{b_1}{a_1}$, בסתירה לרשום לעיל ב **(*)**.

לכן הוכח שכל זוג שורות תלויות לינארית, ז"א ש $Rank(M)=1$.

אם M מטריצת האפס, אזי הפירוק טריוויאלי לשורת ועמודת אפסים.

ב. לא נוכל לאמר שאיברי האלכסון הם אפסים, כפי שחלקכם הצעתם (קחו מטריצה אפסים חוץ מרכיב אחד על האלכסון).

השאלה נועדה כדי לגרום לכם לחשוב קצת... ובכך להבין את משמעות התכונה.

ג. תהיינה $R=\begin{pmatrix} b_1 & \cdots & b_n \end{pmatrix}$ ו- $C=\begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$ שורה ועמודה במטריצה שאיברן המשותף ,

שיסומן להלן ב d שונה מאפס נסמן את מיקומו ב (i,j) . אזי $a_kb_l=d\cdot m_{kl}$ באשר m_{kl} האיבר ב (k,l) ב M

לכן $a_k \frac{b_l}{d} = m_{k\,l}$ לכן $\begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{b_1}{d} & \cdots & \frac{b_n}{d} \end{pmatrix} = M$.

<u>תשובה 2:</u>

$$\sum_{i=1}^{N} M_i = M_1 + ... + M_N = \vec{u}_1 \cdot \vec{v}_1^{\,t} + ... + \vec{u}_N \cdot \vec{v}_N^{\,t} = \left(\vec{u}_1 \cdots \vec{u}_1\right) \begin{pmatrix} \vec{v}_1^{\,t} \\ \vdots \\ \vec{v}_N^{\,t} \end{pmatrix} = UV$$

לכן $\left| \sum_{i=1}^{N} M_i \right| = \left| UV \right| = \left| U \right| \left| V \right| = 132 \cdot 21$

<u>תשובה 3</u>: טכנית.

<u>תשובה 4:</u> בקובץ השני.