

מבחן מועד א' – מבוא לאלגברה לינארית 1 – 29/06/22

זמן המבחן: 4 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 30 נק', ענו על כל השאלות.

1. (שאלה מבגרות) יהיו z_1, z_2, z_3 שלושה מספרים מרוכבים הנמצאים על ישר אחד העובר בראשית הצירים.

כמו כן, נתון כי z_1, z_2 נמצאים ברביע הראשון ואילו z_3 נמצא ברביע השלישי. נסמן $z_1 = r_1 \operatorname{cis}(\alpha)$

א. האם המנה $\frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$ היא מספר ממשי? מדומה טהור? לא ממשי ולא מדומה טהור?

נתון בנוסף כי z_1, z_3 נמצאים על מעגל היחידה, וכן $\left| \frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3} \right| = \frac{1}{2}$.

ב. חשבו את הערך המוחלט של z_2 .

ג. נסמן $z_4 = \overline{z_1}$, הביעו באמצעות α את שטח המשולש הנוצר ע"י הנקודות z_1, z_3, z_4 .

2. יהי $a \in \mathbb{R}$ פרמטר, ונביט במערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x + z = 1 \\ -ax + (a - 1)y - (3 + a)z = a + 1 \\ (1 - a)x + (a - 1)y + (a^2 - a - 6)z = 2a + 4 \end{cases}$$

א. מצאו לכל ערכי הפרמטר a האם למערכת יש פתרון יחיד, אינסוף פתרונות או אין פתרונות.

ב. עבור $a = -2$, מצאו את הפתרון הכללי של המערכת.

ג. האם קיימים a, t עבורם הוקטור $(t, 1, -t)$ הוא פתרון למערכת?

3. נביט במטריצה

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

א. מצאו בסיסים ומימדים לשלושת מרחבי המטריצה $C(A), R(A), N(A)$

ב. מצאו בסיס ל $C(A) \cap R(A)$.

4. נביט בתתי המרחבים

$$U = \{(x, y, z) \mid 2x - y + z = 0\}$$

$$W = \operatorname{span}\{(1, 1, 1), (1, 0, -1)\}$$

א. מצאו בסיסים ומימדים ל U, W .

ב. מצאו בסיס ומימד ל $U \cap W$.

ג. מצאו את נקודת החיתוך בין הישר שמצאתם בסעיף ב' לבין המישור $x + y + z = 3$.