

**חשבון אינפי מתקדם**  
**תרגיל 6 - משפט הפונקציה הסתומה .**

1. יהיו

$$(*) \quad x^2 + y^2 + z^2 - 3xyz = 0$$

$$f(x, y, z) = xy^2z^3$$

- א.** הוכיחו כי משוואה (\*) מגדירה פונ'  $z = z(x, y)$  בסביבת הנקודה  $(1, 1, 1)$ .  
 מצאו את  $f'_x(1, 1, 1)$ .
- ב.** הוכיחו כי המשוואה (\*) מגדירה פונ'  $y = y(x, z)$  בסביבת הנקודה  $(1, 1, 1)$ .  
 מצאו את  $f'_x(1, 1, 1)$ .

2. תהי

$$\begin{cases} xe^{u+v} + 2uv = 1 \\ ye^{u-v} - \frac{u}{1+v} = 2x \end{cases}$$

- א.** הוכיחו כי המערכת מגדירה פונקציות דיפרנציאביליות  $u(x, y)$  ו-  $v(x, y)$ ,  
 כך ש  $u(1, 2) = v(1, 2) = 0$ .
- ב.** מצאו את  $du(1, 2)$ .

3. הוכיחו כי המערכת

$$\begin{cases} u + v = x + y \\ \frac{\sin u}{\sin v} = \frac{x}{y} \end{cases}$$

- מגדירה פונקציות דיפרנציאביליות  $u(x, y)$  ו-  $v(x, y)$ ,  
 כך ש:  $u\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right) = v\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6}$ .

4. הוכיחו כי המערכת

$$\begin{cases} e^{\frac{u}{x}} \cos \frac{v}{y} = \frac{x}{\sqrt{2}} \\ e^{\frac{u}{x}} \sin \frac{v}{y} = \frac{y}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

- א.** מגדירה פונקציות דיפרנציאביליות  $u(x, y)$  ו-  $v(x, y)$ ,  
 כאשר  $x = 1, y = 1, u = 0, v = \frac{\pi}{4}$ .
- ב.** מצאו  $du(1, 1)$ ,  $dv(1, 1)$ .

5. נתונה מערכת

$$\begin{cases} x^2 - y \cos(uv) + z^2 = 0 \\ x^2 + y^2 - \sin(uv) + 2z^2 = 2 \\ xy - \sin u \cos v + z = 0 \end{cases}$$

א. הוכיחו כי המערכת מגדירה פונקציות דיפרנציאביליות  $z(u, v)$ ,  $y(u, v)$ ,  $x(u, v)$

בסביבת הנקודה  $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ , כאשר  $x\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) = 1$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) = 1$ ,  $z\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) = 0$ .

ב. חשבו את  $\frac{\partial x}{\partial u}(1, 1)$ ,  $\frac{\partial x}{\partial v}(1, 1)$ .

### תרגילים נוספים:

1. תהי  $f(x, y) = (x + y, 2x + 3y)$

הוכיחו כי  $f$  חח"ע ועל ומצאו את הפונקציה ההפוכה.

2. תהי  $f(x, y) = (x^2 + 2y^2, 2x^2 + y^2)$

א. הוכיחו כי  $f$  חח"ע בכל רביע.

ב. מצאו את  $f^{-1}$  ברביע הראשון.

ג. מצאו את  $f^{-1}$  ברביע השני.

ד. האם  $f$  הפיכה בסביבת הנקודה  $(0, 1)$ ?

**בהצלחה !!!**