

מבוא להסתברות וסטטיסטיקה

תרגיל 3:

הגשה: בשיעור השני שלאחר תום חופשת פסח.

שאלה 1:

הוכיחו או הפריכו את כל אחת מהטענות הבאות. במקרה שמפריכים יש לעשות זאת על-ידי מתן דוגמא מפריכה פשוטה.

$$A \cap B \cap C = A \cap B \cap (C \cup B) \quad \text{ב.} \quad (A \cup B) \setminus C = A \cup (B \setminus C) \quad \text{א.}$$

$$(A \cup B) \setminus A = B \quad \text{ד.} \quad (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C) \subset A \cup B \cup C \quad \text{ג.}$$

שאלה 2:

בישוב מעלה התשעה ישנם 2 אירועים בלבד שיכולים לגרום לדשא להרטב. 1. הממטרה פועלת, 2. יורד גשם. נניח שלגשם יש השפעה ישירה על פעולת הממטרה – כשיורד גשם, הממטרה כמעט לעולם אינה פועלת. הגשם רטוב כעת, מהי ההסתברות שיורד גשם בהינתן הנתונים הבאים:

יורד גשם	לא יורד גשם
0.8	0.2

ממטרה פועלת	ממטרה לא פועלת	
0.4	0.6	לא יורד גשם
0.01	0.99	יורד גשם

לדוגמא, בהינתן שיורד גשם אזי יש הסתברות של 0.4 שהממטרה פועלת והסתברות של 0.6 שהממטרה אינה פועלת.

הדשא רטוב	הדשא אינו רטוב	
0.99	0.01	ממטרה פועלת ויורד גשם
0.9	0.1	ממטרה פועלת ולא יורד גשם
0.8	0.2	ממטרה לא פועלת ויורד גשם
0	1	ממטרה לא פועלת ולא יורד גשם

לדוגמא, בהינתן שהממטרה פועלת ויורד גשם אזי הדשא רטוב בהסתברות של 0.99 (99%) ואינו רטוב בהסתברות של 0.01 (1%).

שאלה 3:

1. יהיו A ו- B מאורעות בלתי תלויים. הוכיחו או הפריכו:

א. A^C ו- B בלתי תלויים.

ב. A^C ו- B^C בלתי תלויים.

2. בהטלת קוביות מאוזנות נגדיר את המאורעות הבאים:

A: בקובייה האדומה התקבל 1 או 2. **B**: בקובייה הכחולה התקבל 3 או 4 או 5.

C: סכום התוצאות בשתי הקוביות הוא 4 או 11 או 12.

האם המאורעות A, B ו- C תלויים או בלתי תלויים?

שאלה 4:

בבנין בן 5 קומות יש מעלית. 3 סטודנטים נכנסים יחד למעלית בקומת הכניסה ובוחרים אקראית לאן הם עולים. רשמו את טבלת ההסתברות עבור הקומה הגבוהה ביותר שבה תעצור (דהיינו מהי ההסתברות שהקומה הגבוהה ביותר היא 1, דהיינו מהי ההסתברות שהקומה הגבוהה ביותר היא 2 וכך הלאה).

שאלה 5:

- א. יוסי שם n סוגים שונים של גבינות בשורה בצורה אקראית כך שבין כל שתי גבינות יש רווח. לאחר מכן הוא מניח מלפפון חמוץ באחד מ- 1 מ- n הרווחים בין הגבינות בצורה אקראית. מה הסיכוי שגבינת העיזים והצפתית (2 מ- n סוגי הגבינות) יהיו בצדדים שונים של המלפפון החמוץ? השתמשו בנוסחאת ההסתברות השלמה.
- ב. בהתייחס לסעיף (א), מה יקרה אם נשאיף את n לאינסוף?

שאלה 6:

סטודנט עונה על שאלה במבחן אמריקאי שלה יש m אפשרויות נתונות לתשובה באופן הבא: בהסתברות p התלמיד למד את נושא השאלה ולכן יודע לבחור תשובה נכונה, אחרת הוא מנחש את התשובה.

- א. מהי ההסתברות שהסטודנט למד את נושא השאלה בהינתן שהוא ענה נכונה על השאלה?
- ב. נתחו את התוצאה עבור $m = 1$ ועבור $m \rightarrow \infty$.

שאלה 7:

ספק החולצות "ברארה" מקבל תוצרת מ-2 מפעלי טקסטיל. מפעל A מספר 40 אחוזים מהסחורה והיתר מסופק ע"י מפעל B. על סמך ניסיון העבר, ידוע שחמישית מהחולצות של מפעל A פגומות. במפעל B עובדים ב-2 משמרות מסביב לשעון. במשמרת היום, בה מיוצרות 70 אחוז מהחולצות, עשירית מהחולצות יוצאות פגומות, ואילו במשמרת הלילה 30 אחוז מהחולצות יוצאות פגומות.

- א. מהי ההסתברות לחולצה פגומה אצל "ברארה"?
- ב. מהי ההסתברות שחולצה שנמצאה פגומה ב "ברארה" יוצרה במפעל A?
- ג. מהי ההסתברות שחולצה שנמצאה פגומה ב "ברארה" יוצרה במפעל B במשמרת היום?
- ד. מהי ההסתברות שחולצה שנמצאה פגומה ב "ברארה" יוצרה במפעל B במשמרת הלילה?

