

## תורת גלואה, 88-311

### מועד ב', תשע"ז

פרופ' אליעזר רואן

משך המבחן: 3 שעות.

ענה על 4 מתוך 5 השאלות הבאות. תן נימוק מלא.

1. נניח  $K = F[a]$  כאשר  $F = \mathbb{Z}_{11}$  ו- $a$  שורש של הפולינום  $f(\lambda) = \lambda^5 - 5$ . הוכח ש- $f$  אי-פריק. מה השורשים האחרים של  $f$ ?
2. כמה איברים מדרגה 4 קיימים בשדה של 32 איברים?
3. תן דוגמא (עם הוכחה) לפולינום  $f \in \mathbb{Q}[\lambda]$  אי-פריק כאשר  $Gal(E/\mathbb{Q}) \cong S_5$  עבור  $E$  שדה הפיצול של  $f$  מעל  $\mathbb{Q}$ .
4. מהם שדות הביניים של  $\mathbb{Q}[\rho_5]$ ? (כתוב כל שדה בצורה  $\mathbb{Q}[a]$  עבור  $a \in \mathbb{C}$ ).
5. פרק את הפולינום  $\lambda^{18} - 1$  לפולינומים אי-פריקים מעל  $\mathbb{Q}$ . הוכיחו שהגורמים באמת אי-פריקים.

בהצלחה.