

תרגיל בית 6

שאלה 1

סעיף א

לאילו ערכי p האינטגרלים הבאים מתכנסים:

$$1. \int_1^{\infty} \frac{e^{\sin x} \sin 2x}{x^p} dx \quad 2. \int_1^{\infty} \frac{(\ln x)^p \sin x}{x} dx \quad 3. \int_1^{\infty} \frac{\sin(x^3)}{x^p} dx \quad 4. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |\tan x|^p dx$$

סעיף ב

הוכח שהאינטגרלים הלא אמיתיים הבאים מתכנסים:

$$1. \int_1^{\infty} \cos(x^2 + 1) dx \quad 2. \int_1^{\infty} \frac{\cos^3 x}{x} dx$$

שאלה 2

עבור האינטגרלים הלא אמיתיים הבאים, קבעו האם הם מתכנסים או מתבדרים:

$$\begin{aligned} & \int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+5x^4}} dx \quad \text{א.} \quad \int_0^1 \frac{\ln x}{1-x^2} dx \quad \text{ב.} \quad \int_1^{\infty} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right) dx \quad \text{ג.} \\ & \int_0^{\infty} \frac{\arctan \frac{1}{x}}{\sqrt{x}} dx \quad \text{ד.} \quad \int_2^{\infty} \frac{x\sqrt{x} \sin \frac{1}{x}}{\sqrt{x^2-x}} dx \quad \text{ה.} \end{aligned}$$

שאלה 3

עבור האינטגרלים הלא אמיתיים הבאים, קבעו האם הם מתכנסים בהחלט, מתכנסים בתנאי או מתבדרים:

$$\int_2^{\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x-1}} dx \quad \text{א.} \quad \int_0^{\pi/2} \frac{x}{\cos x} \sin(tx) dx \quad \text{ב.}$$

שאלה 4

קבע לאילו ערכי p האינטגרלים הבאים מתכנסים בהחלט ולאילו ערכי p האינטגרלים מתכנסים

בתנאי:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(x^2)}{x^p} dx \quad \text{א.} \quad \int_0^{\infty} \sin x \frac{\ln(x+1)}{x^p} dx \quad \text{ב.}$$