

טופולוגיה – 222 - 88 – סמסטר ב' תשע"א

מבחן מועד א'

יום ה', י"ט בתמוז תשע"א, 21.7.11

מרצים: מיכאל מגרל, טל נוביק

הנחיות:

- א. אין להשתמש בכל חומר עזר.
 - ב. עליך לענות על 4 מתוך 6 השאלות הבאות. אם ענית על יותר מ 4 שאלות, עליך לבטל את השאלות הנוספות בצורה ברורה, אחרת ייבדקו 4 השאלות הראשונות המופיעות במחברת.
 - ג. משך הבחינה שעתיים. מותר לקחת דף זה בסוף המבחן.
- שים לב: בזמן המבחן אסור שיהיה ברשותך טלפון נייד!

1. יהיו X, Y מרחבים טופולוגיים קומפקטיים. הראה ש $X \times Y$ קומפקטי.
2. יהיו M, N מרחבים מטריים, תהי $f: M \rightarrow N$, ותהי $a \in M$. הראה ש f רציפה ב a אם'ם לכל סדרת נקודות $\{x_n\}$ ב M המקיימת $x_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} a$, מתקיים $f(x_n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} f(a)$.
3. יהי X מרחב טופולוגי, $U \subseteq X$ קבוצה פתוחה ב X , ו $A \subseteq X$ קבוצה צפופה ב X . הראה ש $U \subseteq \overline{A \cap U}$.
4. יהי X מרחב המנה של \mathbb{R} המתקבל מיחס השקילות הבא: $x \sim y$ אם $x = y$ או $x = -y$. הראה ש X הומאומורפי ל $[0, \infty)$.
5. נסמן ב \mathfrak{R}_l את המספרים הממשיים עם הטופולוגיה T הבאה: קבוצה היא פתוחה אם היא איחוד של קבוצות מהצורה $[a, b)$ (זהו הישר של סורגנפריי).
 - א. מצא את הסגור, הפנים, והשפה של הקבוצה $A = [2, 5] \cup \{-\frac{3}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ במרחב \mathfrak{R}_l .
 - ב. מצא את מרכיב הקשירות של הנקודה $a = 5$ במרחב \mathfrak{R}_l .
6. יהי X מרחב טופולוגי המקיים את התכונה הבאה: לכל שתי נקודות $a, b \in X$ יש תתי מרחבים קשירים $A_1, \dots, A_n \subseteq X$, $(n \geq 1)$, כך ש $a \in A_1, b \in A_n$ ולכל $1 \leq k \leq n-1$ מתקיים ש $A_k \cap A_{k+1} \neq \emptyset$. הראה ש X קשיר. (הוכח כל טענה שתטען!)

בהצלחה!