תרגיל מספר 2

1. שרטטו את התחומים הבאים במישור

א. $\left\{z\in\mathbb{C}:|z-1|<|2z-1|\right\}$ ב. $\left\{z\in\mathbb{C}:z\neq 0, 0\le \mathrm{Re}\left(\frac{1}{z}\right)\right\}$

ג. $\left\{z\in\mathbb{C}:\frac{\pi}{4}\le \arg(z+i)\le\frac{\pi}{2}\right\}$ ד. $\left\{z\in\mathbb{C}:\left|e^{(1+i)z}\right|>1\right\}$

2. תכונות וזהויות עבור הפונקציות הטריגונומטריות וההיפרבוליות המרוכבות.

תזכורת: $\sin z=\frac{1}{2i}\left(e^{iz}-e^{-iz}\right)$, $\cos z=\frac{1}{2}\left(e^{iz}+e^{-iz}\right)$

$\sinh z=\frac{1}{2}\left(e^{z}-e^{-z}\right)$, $\cosh z=\frac{1}{2}\left(e^{z}+e^{-z}\right)$

א. הוכיחו שלכל z ממשי $\overline{\cos z}=\cos\bar{z}$, ומצאו את כל המספרים המרוכבים z המקיימים משוואה זו.

ב. הוכיחו את הזהיות הבאות (עבור הפונקציות המרוכבות, כמובן!)

- $\cosh^2 z-\sinh^2 z=1$
- $\cos(z+w)=\cos(z)\cos(w)-\sin(z)\sin(w)$

ג. חשבו את החלק הממשי של $\sin(x+iy)$ ואת החלק המדומה של $\cosh(x+iy)$.

ד. - הוכיחו כי לכל $w\in\mathbb{C}$ קבוע, למשוואה $\sin(z)=w$ יש אינסוף פתרונות.

- הוכיחו כי אם $|c|\le 1$ מספר ממשי אז למשוואה $\sin(z)=c$ יש רק פתרונות ממשיים.

<u>הדרכה</u>: פרקו את סינוס לחלק הממשי והמדומה ואז השוו את החלקים הממשיים והמדומים בהתאמה.