

## תרגיל 5 – אינפי 1

1. חשבו את גבול הסדרות:

א. 
$$a_n = \left( \frac{n^2 - 2}{n^2 - 3} \right)^{4n^2 - 1}$$

ב. 
$$a_n = \left( \frac{2n^3 - 1}{2n^3 + 3} \right)^{3n^3 + 4}$$

ג. 
$$a_n = \frac{\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n^2 - 4}}{n}$$

2. מצאו את כל הגבולות החלקיים וציינו  $\lim$ ,  $\overline{\lim}$ . כמו כן, קבעו אם הסדרה  $a_n$

מתכנסת:  $a_n = \frac{4^n + (-4)^n}{5^n}$

3. הוכיחו:  $\overline{\lim} a_n = -\underline{\lim}(-a_n)$

4. הוכיחו שאם  $\{a_n\}$  מתכנסת ו  $\{b_n\}$  חסומה אזי  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n + \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} b_n$

5. א. יהי  $0 \leq p < 1$  ותהי סדרה המקיימת  $|a_{n+1} - a_n| \leq p|a_n - a_{n-1}|$  לכל  $n \geq 2$ .

הוכיחו שהסדרה  $\{a_n\}$  מתכנסת

(רמז: הוכיחו כי מתקיים  $|a_{k+1} - a_k| \leq p^{k-1} |a_2 - a_1| \quad \forall k \in \mathbb{N}$  והסיקו שמדובר

בסדרת Cauchy).

ב. תהי סדרה המקיימת  $|a_n| \leq 2$  וגם  $|a_{n+1} - a_n| \leq \frac{1}{5} |a_n^2 - a_{n-1}^2|$ . הוכיחו

שהסדרה מתכנסת.

6. תהי סדרה המוגדרת על ידי כלל הנסיגה  $a_{n+1} = a_n + (-1)^n \left( \frac{1}{2^n} + \frac{1}{2^n n!} \right)$  ו-

$a_1 = 13$ . הוכיחו כי הסדרה מתכנסת.

**בהצלחה!**