

מבחן מועד ג' - 83-112 חדו"א 1 להנדסה - 2/6/2022

מרצים: דר' אחיה בר-און, דר' ארז שיינר משך המבחן: שלוש שעות חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד
משקל כל שאלה: 20 נק' ענו על כל השאלות כל ציון מעל 100 יעוגל ל 100

1. חשבו את הגבולות הבאים:

ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2 \cdot 5^n}$

ב. $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{\ln(x^2) - 2}$

א. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(6x)(1 - \cos(\sqrt{x}))}{(e^x - 1)(x^2 + 2)(x + 1)x}$

2.

(א) חשבו את $\int \frac{\ln(2x)}{(x+1)^2} dx$

(ב) קבעו האם האינטגרל הבא מתכנס או לא $\int_0^1 \frac{1}{\arctan(x)} dx$

3. נביט בפונקציה $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^x$ המוגדרת עבור $x > 0$.

(א) מצאו את תחומי העליה והירידה של $f(x)$.

(ב) לכל a ממשי, מצאו כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = a$.

4. תהא f פונקציה המוגדרת בכל \mathbb{R} .

(א) נתון כי f גזירה ב $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ וגם שלכל $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ מתקיים $f'(x) > 0$. הוכיחו/הפריכו: f עולה בכל \mathbb{R} (כלומר לכל x_1, x_2 ממשים, אם $x_1 \leq x_2$ אז $f(x_1) \leq f(x_2)$).

(ב) נתון כי f גזירה ב $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ומתקיים כי $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ קיים וסופי. הוכיחו/הפריכו: f גזירה בכל \mathbb{R} .

5. תהא סדרה a_n של מספרים חיוביים המקיימת כי $(a_{n+1})^2 = a_n + \frac{n}{n+1}$ (לכל n טבעי). כמו כן נתון ש $a_1 = \frac{1}{2}$.

(א) הוכיחו כי a_n סדרה מונוטונית עולה.

(ב) חשבו את $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

6.

(א) חשבו את גבול הסדרה

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n} \cdot \frac{1}{(n+k)}$$

(ב) קרבו את $\sqrt{99}$ עד כדי שגיאה של $h = \frac{1}{10000}$.