

## 84-172 מתמטיקה ב' לכימאים – בוחן אמצע – תשפ"ב

### שאלה 1

נביט במערכת המשוואות הבאה עם הנעלמים  $x, y, z, w$  והפרמטר  $a$ , בשדה המספרים הממשיים.

$$\begin{cases} x + y + z + aw = 1 \\ ax + ay + a^2z + (1 + a^2)w = 2a \\ x + y + z + (a^2 + a - 1)w = a^2 + a + 1 \end{cases}$$

סעיף א': (18 נק')

מצאו לכל ערכי הפרמטר  $a$  אם למערכת יש פתרון יחיד, אינסוף פתרונות או אין פתרונות כלל

סעיף ב': (10 נק')

מצאו את הפתרון הכללי למערכת עבור  $a = -1$

סעיף ג': (10 נק')

מצאו את הפתרון הכללי למערכת עבור  $a = 2$

### שאלה 2

נביט בהעתקה הליניארית  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  המקיימת

$$T(1,0,0) = (1,0,0)$$

$$T(0,1,0) = (0,1,1)$$

$$T(1,0,1) = (1,0,1)$$

סעיף א': (5 נק')

מצאו את המטריצה המייצגת  $[T]$

סעיף ב': (15 נק')

הוכיחו כי המטריצה המייצגת הפיכה ומצאו את  $[T]^{-1}$  ההופכית.

סעיף ג': (3 נק')

מצאו את  $T(1,2,3)$

סעיף ד': (15 נק')

יהיו  $a, b, c \in \mathbb{R}$  פרמטרים, מצאו וקטור  $(x, y, z)$  כך ש  $T(x, y, z) = (a, b, c)$ . הביעו את תשובתכם באמצעות הפרמטרים.

### שאלה 3

סעיף א': (15 נק')

מצאו את כל הפתרונות בשדה המרוכבים למשוואה  $z^2 + 2z + 1 = (1 + i)^2$

סעיף ב': (15 נק')

מצאו את כל הפתרונות בשדה המרוכבים למשוואה  $iz^5 = 1 + 2i$

סעיף ג': (8 נק')

מצאו את הזווית בין הוקטורים  $(1, 1, 1)$ ,  $(1, -1, \sqrt{6})$