

בס"ד

**מבחן לדוגמה במתמטיקה בדידה תשע"ו סמסטר א**

מרצה: ד"ר אפי כהן מתרגלת: יפית נתני

משך המבחן: שלוש שעות.

חומר עזר: מחשבון פשוט וראש פתוח.

**הוראות הפעלה:**

יש לענות בפירוט על כל חמשת השאלות, כל תשובה מופיעה במקומה

בשאלון. המחברות משמשות לטייטה בלבד, ולא יבדקו.

שאלה ציון

	1
	2
	3
	4
	5

ציון:

**בהצלחה**

## ענה בפירוט בדף זה

### שאלה 1

#### סעיף א (10 נקודות)

תהי  $(A, R)$  קבוצה סדורה חלקית, ויהיו  $a, b \in A$  שני איברים של  $A$  שאינם ניתנים להשוואה (כלומר  $(a, b) \notin R$  וגם  $(b, a) \notin R$ ).

נגדיר את קבוצת הזוגות הסדורים הבאה:  $S = \{(c, d) \in A \times A \mid bRd \wedge cRa\}$ .

נגדיר  $T = S \cup R$ , הוכיחו ש  $T$  הוא יחס סדר חלקי על  $A$ .

#### סעיף ב (10 נקודות)

נגדיר יחס  $R$  על משפחה של קבוצות  $X$  באופן הבא:  $(A, B) \in R \Leftrightarrow A \subseteq B$ .

i. נתון ש  $X = P(\mathbb{N})$  רשום את האיבר הקטן ביותר והגדול ביותר. נמק!

ii. נתון ש  $X = P(\mathbb{N}) \setminus \{\emptyset, \mathbb{N}\}$  רשום קבוצה שמכילה את כל האיברים

המינימלים. נמק!

#### הערה

אין קשר בין סעיף א לסעיף ב



## ענה בפירוט בדה זה

### שאלה 2

#### סעיף א (10 נקודות)

בהינתן קבוצה  $A \neq \emptyset$ ,

נגדיר פונקציה  $f: A \rightarrow P(P(A))$  ע"י  $f(a) = \{B \mid B \subseteq A, a \in B\}$ .

לדוגמא: אם  $A = \{1, 2\}$  אז  $f(1) = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$ .

הוכח או הפרך:

i.  $f$  היא חד חד ערכית.

ii.  $f$  היא על.

#### סעיף ב (10 נקודות)

בהינתן קבוצה  $A \neq \emptyset$ ,

נגדיר פונקציה  $f: P(A) \rightarrow P(P(A))$  ע"י  $f(X) = \{B \mid B \subseteq A, X \subseteq B\}$ .

לדוגמא: אם  $A = \{1, 2, 3\}$  אז  $f(\{1, 2\}) = \{\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$ .

i. מצא את  $f(\emptyset)$ .

הוכח או הפרך:

ii.  $f$  היא חד חד ערכית.

iii.  $f$  היא על.



ענה בפירוט בדף זה

### שאלה 3 (23 נקודות)

יהי  $M$  קבוצה,  $f: M \times M \rightarrow M$  פונקציה, במקום  $f(x, y)$  נכתוב  $x * y$ .  
נניח כי: לכל  $x, y, z \in M$  וקיים איבר  $1 \in M$  כך שלכל  $x \in M$   $x * 1 = x$ . תהי  $L \subseteq M$ . נגדיר יחס  $\approx$  מעל  $M$  ע"י:  
לכל  $x, y \in M$   $x \approx y \Leftrightarrow \forall v \in M (x * v \in L \Leftrightarrow y * v \in L)$ .  
א. הוכיחו כי  $\approx$  יחס שקילות מעל  $M$ .  
ב. הוכיחו כי אם  $x \in L$  ו  $y \approx x$  אז  $y \in L$ .



## ענה בפירוט בדף זה

### שאלה 4

מצאו בעזרת עקרון ההכלה והדחה את מספר הפונקציות  
 $f : \{1, 2, \dots, m\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$  שהן על, כאשר  $m \geq n$ .





**ענה בפירוט בדף זה**  
**שאלה 5**

- א. מצאו נוסחת נסיגה למספר הווקטורים הבינאריים באורך  $n$  שלא מכילים את הרצף 001.
- ב. מצאו בעזרת סעיף א נוסחה מפורשת למספר הווקטורים הבינאריים באורך  $n$  שלא מכילים את הרצף 001.

