<u>פיתרון לתרגיל 13:</u>

<u>תשובה 1:</u>

א. נסמן ב- X את כושר הנשיאה של הכבלים לאחר התקלות , $X \sim N(\mu, 1.8^2)$.

ההשערות: $\begin{matrix} H_0 = 50 \\ H_1 \neq 50 \end{matrix}$

עבור $\alpha = 0.01 \quad Z_{0.995} = 2.575$. נשתמש במבחן דו צדדי לבדיקת ההשערות.

נדחה H_0 אם: $\overline{X}_{16} > 50 + 2.575 \cdot \frac{1.8}{\sqrt{16}} = 51.159$ או $\overline{X}_{16} < 50 - 2.575 \cdot \frac{1.8}{\sqrt{16}} = 48.841$

במקרה שלנו $\overline{X} < 48.841$ ולכן נדחה את H_0 בר"מ של 1%.

ב. אם דחינו את השערת האפס ברמת מובהקות של 1%, ברור שנדחה אותה גם בר"מ של 5% ו-10%.

<u>תשובה 2:</u>

א. נתון: $X \sim N(8, 4^2)$, $n = 36$, $\overline{X} = 6.8$.

ברצוננו לבדוק את ההשערות: $\begin{matrix} H_0 : \mu = 8 \\ H_1 : \mu < 8 \end{matrix}$.

לשם כך נשתמש במבחן חד צדדי שמאלי: דחה H_0 אם $\overline{X} < \mu_0 - Z_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

אצלנו $\alpha = 0.01 \Rightarrow Z_{1-\alpha} = Z_{0.99} = 2.325$.

$\overline{X} < 8 - 2.325 \cdot \frac{4}{\sqrt{36}} = 6.45$. במקרה שלנו $\overline{X} = 6.8 > 6.45$, ולכן לא נדחה את השערת האפס ונסיק ששיטת הטיפול החדשה אינה מקצרת את זמן הניתוח.

ב. תחת H_0 $\overline{X} \sim N(8, \frac{4^2}{36})$.

$$P(\overline{X} \le 6.8 \mid H_0) = P(Z \le \frac{6.8-8}{4/6}) = P(Z \le -1.8) = \Phi(-1.8) = 1 - \Phi(1.8) =$$
$$= 1 - 0.9641 = 0.0359$$

$\alpha=0.01>0.0359$ ולכן בהתאם לתוצאות לעיל לא נדחה את H_0.

ג. נשתמש בנוסחא למציאת רו"ס ל- μ : $\bar{X}-Z_{1-\alpha}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{X}+Z_{1-\alpha}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. רמת הביטחון המבוקשת היא 98% $\Leftarrow\alpha=0.02\Leftarrow Z_{1-\frac{\alpha}{2}}=Z_{0.99}=2.325$. נציב ונקבל

$6.8-2.325\cdot\frac{4}{\sqrt{36}}\le\mu\le6.8+2.325\cdot\frac{4}{\sqrt{36}}\ \Leftarrow\ 5.25\le\mu\le8.35$.

התוחלת לפי השערת האפס (8) מוכלת ברו"ס ולכן ברמת ביטחון של 98% נסיק שהשיטה החדשה לא מקצרת את זמן הניתוח באופן מובהק.

ד. מבחן חד צדדי עם $\alpha=0.01$ לבדיקת μ אמרו לתת את אותה מסקנה של רו"ס ל- μ עם $\alpha=0.02$ מכיוון שרו"ס הוא תמיד דו צדדי ובכל צד יש רק חצי מרמת המובהקות.

__תשובה 3:__

החוקר בשאלה מעוניין לבצע מבחן חד צדדי ימני: $\begin{matrix}H_0:\mu\le100\\H_1:\mu>100\end{matrix}$.

לשם כך נשתמש במבחן: דחה H_0 אם $\bar{X}>\mu_0+Z_{1-\alpha}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

עפ"י הנתון בשאלה $n=225$, $\sigma^2=2025$. החוקר החליט שיידחה את H_0 אם $\bar{X}>105.25$.

נשווה בין שני הביטויים שמתארים את הנקודה הקריטית של המבחן:

$$100+Z_{1-\alpha}\cdot\frac{45}{\sqrt{225}}=105.25\Rightarrow3\cdot Z_{1-\alpha}=5.25\Rightarrow Z_{1-\alpha}=1.75$$

$\Rightarrow1-\alpha=0.9599\Rightarrow\alpha=0.0401$. לכן נבחר בתשובה 2.

__תשובה 4:__

המבחן הוא : $\begin{cases}H_0 & \mu=70.5\\H_1 & \mu\neq70.5\end{cases}$

התפלגות המדגם בהנחת נכונות של השערת האפס הוא : ($\bar{X}\sim N(70.5,0.25=\left(\frac{10}{\sqrt{400}}\right)^2$

נתקנן : $Z=\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}=2\bar{X}-141$. עבור המרצה הראשון : איזור דחיית השערת האפס הוא $|Z|>z_{0.025}$ דהיינו יש לדחות את השערת האפס ברמת מובהקות של 5% אם $|Z|=|2\bar{X}-141|>z_{0.025}=1.96$ ז"א נדחה את השערת האפס אם $\bar{X}>71.5$ או $\bar{X}<69.5$.

עבור המרצה השני : איזור דחיית השערת האפס הוא $|Z| > z_{0.015}$ דהיינו יש לדחות את השערת האפס ברמת מובהקות של 5% אם $|Z| = |2\bar{X} - 141| > z_{0.015} = 2.17$ ז"א נדחה את השערת האפס אם $\bar{X} > 71.6$ או $\bar{X} < 69.4$.

__תשובה 5:__

א) רמת המובהקות= 0.12= סיכוי להחליט לדחות את H_0 אם H_0 נכונה.

מכאן, 0.88= סיכוי להחליט לא לדחות את H_0 אם H_0 נכונה.

נתייחס ל- 0.88 כאל סיכוי להצלחה בניסוי בודד, הרי על פי תוחלת מ"מ בינומי שלילי, מספר הניסויים הממוצע שיבוצעו עד אשר נקבל בפעם ה- 100 כי נחליט לא לדחות את H_0, שווה ל- 113.64=(100/0.88)

ב) מערכת ההשערות: H_0 מייצגת את טענת הדיאטנית, H_1 מייצגת את טענת החברה.

$$H_0 : \mu \geq 23$$
$$H_1 : \mu < 23$$

דחית H_0 פירושה החברה צודקת, אי דחית H_0 פירושה שהדיאטנית צודקת.

הנחה: % השומן בנקניקיה מתפלג נורמלית.

נחשב את ההסתברות לקבלת ממוצע הקטן מ- 20.73 (ע"י תקנון להתפלגות סטודנט)

$$x = P\left(T \leq \frac{20.73 - 23}{4.13/\sqrt{10}}\right) = P(T \leq -1.738) = 1 - P(T < 1.738) \Rightarrow 0.05 < x < 0.1$$

לכן יש הסתברות של יותר מחמישה אחוזים אחוזים לקבל בניסוי אקראי ממוצע הקטן מזה שהתקבל לכן לא נדחה את טענת הדיאטנית בר"מ של 2%. כמו כן יש הסתברות של פחות מעשרה אחוזים אחוזים לקבל בניסוי אקראי ממוצע הקטן מזה שנצפה, לכן נדחה את טענת הדיאטנית בר"מ של 10%, דהיינו נקבל את טענת היצרן.

תשובה א': $\alpha = 0.02$ לא נכונה.

תשובה ב': $\alpha = 0.1$ נכונה.