רשימת משפטים לבחינה

1. **כלל המכפלה עבור נגזרת:**

תהיינה u,v פונקציות של x, אזי לכל ערך של x עבורו הנגזרות $\frac{du}{dx},\frac{dv}{dx}$ קיימות מתקיים

$$\frac{d(uv)}{dx}=u\frac{dv}{dx}+v\frac{du}{dx}.$$

2. **נגזרת הפונקציה ההופכית:**

תהיינה f,g פונקציות הפכיות (כלומר $y=f(x)\Leftrightarrow x=g(y)$). אם שתי הנגזרות $f'(x),g'(y)$ קיימות ושונות מאפס, מתקיים $f'(x)=\frac{1}{g'(y)}$.

3. **הנגזרת של** $y=x^{\frac{1}{n}}$:

יהי $n\in\mathbb{N}$ ו- $y=x^{\frac{1}{n}}$ ($x\neq 0$). מתקיים $\frac{dy}{dx}=\frac{1}{n}x^{\frac{1}{n}-1}$.

4. **כלל השרשרת:**

תהיינה f,h שתי פונקציות ממשיות ותהי $g=f\circ h$ ההרכבה שלהן (כלומר $g(t)=f(h(t))$). לכל ערך של t שעבורו הנגזרות $f'(h(t)),h'(t)$ קיימות, גם הנגזרת $g'(t)$ קיימת ומתקיים: $g'(t)=f'(h(t))h'(t)$.

5. **משפט הנקודה הקריטית:**

תהי f פונקציה רציפה בקטע I. תהי $c\in I$ ונניח שיש ל- f מינימום או מקסימום ב- c.
אחד מהבאים מתקיים בהכרח:

א. c היא נקודת קצה של I;

ב. $f'(c)$ אינה מוגדרת;

ג. $f'(c)=0$.

6. **משפט ערך הביניים:**

תהי f פונקציה ממשית הרציפה על קטע סגור $[a,b]$. נניח ש- f מקבלת ערך חיובי בקצה אחד של הקטע וערך שלילי בקצה האחר. אזי יש ל- f אפס בקטע (a,b). כלומר, קיים $c\in(a,b)$ כך ש- $f(c)=0$.

7. **משפט Rolle:**

תהי f פונקציה ממשית הרציפה על הקטע הסגור $[a,b]$ וגזירה על הקטע הפתוח (a,b).
אם $f(a)=f(b)=0$ אזי קיימת לפחות נקודה אחת $c\in(a,b)$ כך ש- $f'(c)=0$.

8. **משפט הערך הממוצע של Lagrange:**

תהי f פונקציה ממשית הרציפה על הקטע הסגור $[a,b]$ וגזירה על הקטע הפתוח (a,b).
אזי קיימת $c\in(a,b)$ כך ש- $f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

9. משפט Heine – Cantor:

תהי f פונקציה ממשית המוגדרת על קטע סגור $[a,b]$. אם f רציפה ב- $[a,b]$ אזי היא רציפה במ"ש ב- $[a,b]$.

10. הטור ההרמוני מתבדר.

11. הטור $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$ מתכנס עבור $p>1$ ומתבדר עבור $p\le 1$.

12. מבחן Leibniz (טור עם סימנים מתחלפים):

נניח ש- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ הוא טור עם סימנים מתחלפים (כלומר $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ הוא טור חיובי).

אם:

א. $a_n \ge a_{n+1}$ לכל $n\in\mathbb{N}$;

ב. $\lim_{n\to\infty}a_n = 0$;

אזי הטור $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ מתכנס.