

בוחר אלגברה לינארית למהנדסים תשעו

7/12/2015 כ"ה כסליו

מתרגלים: אחיה בר־און, ביאנה פרידמן, יונתן רוזן, תמר נחשוני.

- ענו על כל השאלות.
- על כל דף תשובה רשמו ת.ז. ואת שמכם המלא. על מחברת בחינה ממדור בחינות מספיק למלא רק בעמוד הראשון.
- הקפידו על סדר ניקיון.
- משך הבוחן: שעה וחצי.
- ללא חומר עזר. גם לא מחשבון.
- השאלות לא מסודרות בהכרח לפי רמת קושי- מומלץ להתחיל עם שאלות שאתם יודעים לפתור.
- ניקוד: שאלות חישוב 50 נק' + שאלות עם נימוק 60 נק' = 110 נק' בסה"כ
- מבנה הבחינה:

- חלק 1 שאלת חישוב עם 4 סעיפים.

- חלק 2 שאלות עם נימוק: שאלות הוכח/הפרך + שאלת הוכחה.

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שאתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

Part 1	Q1	
Part 2	Q1	
	Q2	
	Q3	
total		

בהצלחה!

חלק 1 - שאלות חישוביות

1. נגדיר את המטריצה $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$.

(א) (15 נק') עבור אילו ערכי a המטריצה הפיכה?

(ב) (15 נק') נגדיר $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. פרק את B לפירוק LU . כלומר מצא L מטריצה משולשית תחתונה, U מטריצה משולשית עליונה כך ש

$$B = LU$$

(ג) (10 נק') פתור את המערכת

$$Lx = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

כאשר L היא המטריצה מסעיף קודם.

(ד) (10 נק') נסמן ב b וקטור המקיים $Lb = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ (כלומר פתרון מסעיף קודם). פתור את המערכת

$$Ux = b$$

ואת המערכת

$$Bx = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

כאשר B, U, L הן המטריצות מסעיפים קודמים. הערה: יש סיבה ששני המערכות האלו נמצאות באותו סעיף.

חלק 2 - שאלות עם נימוק

1. (20 נק') יהיו $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ מטריצות המקיימות $AB = 0$. הוכח/הפרך

(א) $BA = 0$

(ב) נסמן את עמודות B ב b_1, b_2, \dots, b_n אזי $v = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ הוא פתרון למערכת $Ax = 0$

2. (30 נק') הוכח/הפרך

(א) תהא A מטריצה ריבועית. אם A סימטרית אז בהכרח $-A$ (מינוס A) אנטי סימטרית.

(ב) תהא A מטריצה מדורגת עם מספר עמודות כמספר איברים מובילים אז בהכרח יש פתרון יחיד $Ax = 0$

(ג) תהא $A \in \mathbb{C}^{4 \times 5}$ אזי בהכרח יש אינסוף פתרונות למערכת $Ax = 0$

3. (10 נק') הוכח:

תהא $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ מטריצה ריבועית לא הפיכה. אזי בהכרח קיים $b \in \mathbb{F}^n$ כך שלמערכת $Ax = b$ אין פתרון.