

תרגיל 9 אינפי 1 מדמ"ח תשע"ז

8 בינואר 2017

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \frac{1}{x}}{1 + \sqrt{1-x}} \quad (\text{א})$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x}{\frac{\pi}{2} - x} \quad (\text{ב})$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{e^x - x - 1} \quad (\text{ג})$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow 1} (2 - x)^{\tan \frac{\pi}{2} x} \quad (\text{ד})$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x^2)^{\frac{1}{\ln x}} \quad (\text{ה})$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \ln(1 + e^{2x})) \quad (\text{ו})$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{1 + \cos \pi x} \ln x \quad (\text{ז})$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x}{\sqrt{1-x^2} - 1} \quad (\text{ח})$$

2. הוכיחו באמצעות ε, δ שמתקיים:

$$\cdot \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - x - 6}{x - 8} = -36 \quad (\text{א})$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{x+1} = 0 \quad (\text{ב})$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \frac{1}{2} \quad (\text{ג})$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1}{x} = 4 \quad (\text{ד})$$

3. תרגמו את הטענות הבאות לשפת אפסילון-דלתא.

(א) פונקציה f רציפה בנקודה c .

(ב) פונקציה f מוגדרת בסביבה ימנית של נקודה c כולל הנקודה עצמה, ולכל $x > c$

המקיים $x \approx c$ מתקיים: $f(x) \approx f(c)$.

4. תרגמו את הטענה הבאה לשפת האינפניטיסימלים: תהי f פונקציה המוגדרת בסביבה

שמאלית של נקודה c כולל הנקודה עצמה, וקיים $\varepsilon > 0$ ממשי כך שלכל $\delta > 0$ ממשי

קיים x המקיים $2 - \delta < x < 2$ כך שמתקיים: $|f(x) - f(c)| \geq \varepsilon$. מה אפשר להגיד

על הפונקציה במצב כזה?