

ריבועים מינימליים

הרעיון – לקרב תבנית ידועה של פונקציה ככל האפשר כך שתתאים לנתונים.

למשל – בפזיקה, כשרוצים לקבל קו מגמה לפי נקודות שנמדדו בניסוי.

השיטה:

בהינתן פונקציה $f(x)$ וסדרת נקודות x, y וקטורים המכילים את הנתונים המקורבים (בהתאמה), נפעל לפי השלבים הבאים:

א. נחפש פונקציה $g(x)$ שעבורה $h(x) = g(f(x)) = a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x) + \dots + a_n f_n(x)$. כלומר, נפריד את הפרמטרים הדרושים במחבורים שונים. לא תמיד יש צורך – רק אם בפונקציה המקורית הם "מעורבבים". צעד זה אינו נעשה בתכנות עצמו.

ב. נתאים את ערכי היע הנתונים לפונקציה $h(x)$ באופן הבא:

$$y_2 = g(y);$$

במידת הצורך ניתן להשתמש בלולאה כדי להגדיר את y_2

ג. נגדיר מטריצה באופן הבא (בהנחה כי x, y וקטורי שורות):

$$c = [f_1(x)', f_2(x)', \dots, f_n(x)'];$$

ד. נקבל את הוקטור $[a_1, a_2, \dots, a_n]$ באופן הבא:

$$v = \text{pinv}(c) * y_2';$$

או

$$v = c \setminus y_2';$$

דוגמה 1:

נתונה סדרת נקודות x, y בווקטורי שורות, ועלינו להתאים אותם לפונקציה מהצורה $f(x) = a \cdot b^x$ (תשע"ב, מועד ב'). נפעל לפי השלבים:

א. עבור $g(x) = \ln x$ נקבל:

$$h(x) = g(f(x)) = \ln f(x) = \ln(a \cdot b^x) = \ln a + \ln b^x = \ln a + \ln b \cdot x$$

וקיבלנו את הצורה הדרושה (הפרדנו את הפרמטרים).

ב. נתאים את ערכי היע:

$$y_2 = \ln y;$$

ג. נגדיר את המטריצה המתאימה:

$$c = [\text{ones}(\text{size}(x)), x'];$$

ד. ונקבל את הוקטור $[\ln a, \ln b]$ באופן הבא:

$$v = \text{pinv}(c) * y_2';$$

או

$$v = c \setminus y_2';$$

כעת, כל שנותר הוא לחלץ את המשתנים a, b מהווקטור:

$$a = \exp(v(1));$$
$$b = \exp(v(2));$$

דוגמה 2:

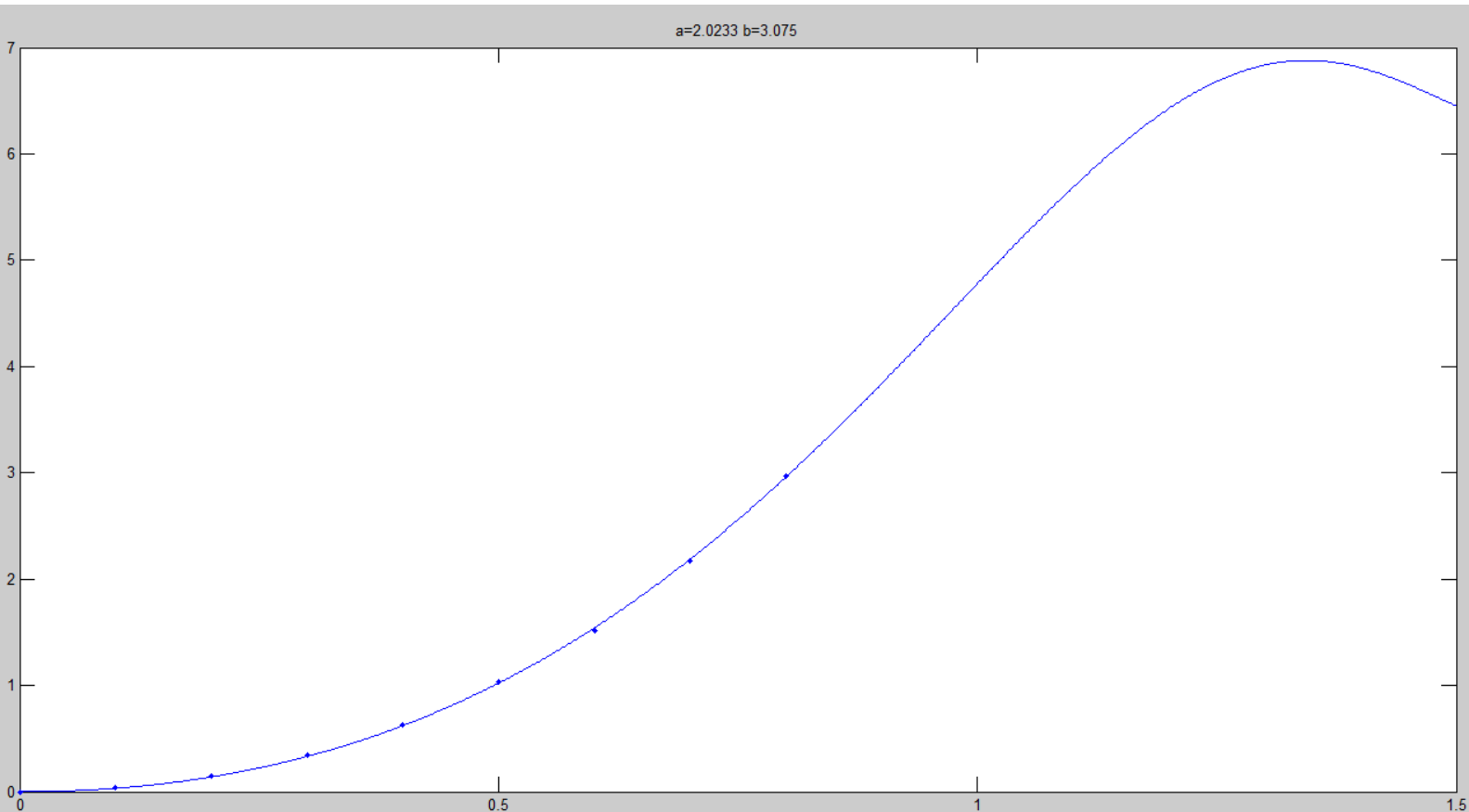
עבור סדרת הנתונים שבטבלה, יש להתאים אותה לפונקציה מהצורה $f(x) = a \cdot \sin x^3 + b \cdot x^2$, שרטטו את הנקודות הנתונות ואת

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
y	0	0.0330	0.1504	0.3468	0.6243	1.0356	1.5168	2.1721	2.9749

פתרון ב־MATLAB:

```
x=0:0.1:0.8; % הגדרת הנתונים
y=[0,0.0330,0.1504,0.3468,0.6243,1.0356,1.5168,2.1721,2.9749];
c=[sin(x.^3).',x.^2.']; % המטריצה
v=pinv(c)*y.'; % מציאת הפרמטרים
a=v(1); % חילוץ הפרמטרים
b=v(2);
xx=linspace(0,1.5,1000); % לשרטוט
plot(x,y,'b.',xx,a*sin(xx.^3)+b*xx.^2);
title(['a=',num2str(a),' b=',num2str(b)]);
```

הגרף:



בהצלחה לכולם! 😊