

תרגיל 3 בקורס מתמטיקה בדידה

1. הוכיחו באינדוקציה שלכל n טבעי מתקיים:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

2. הוכיחו באינדוקציה שלכל n טבעי מתקיים:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 \dots + n \cdot (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

3. הוכיחו באינדוקציה שהסכום של n המספרים האי־זוגיים הראשונים הוא n^2 .

4. הוכיחו באינדוקציה שלכל n טבעי המספר $n^3 - n$ מתחלק ב 3.

5. הוכיחו באינדוקציה על n שלכל $n > 4$ מתקיים $2^n > n^2$.

6. הוכיחו כי לכל n טבעי, $5^n - 1$ מתחלק ב 4.

7. נגדיר סדרה בצורה הבאה: $a_0 = 17$ ולכל $n \geq 0$ $a_{n+1} = \frac{2a_n^2}{a_n^2 + 1}$.

(א) הוכיחו שלכל n , $a_n > 1$.

(ב) הוכיחו שלכל n , $a_n > a_{n+1}$.

8. נתון הסכום $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}$.

(א) חשבו את הסכום עבור כמה ערכי n קטנים, והעלו השערה לגבי נוסחא כללית לסכום זה.

(ב) הוכיחו את הנוסחא שמצאתם באינדוקציה.