טענה

בהינתן n מספרים עם b ביטים ומס' $r \leq b$, מיון בסיס יקח $\theta\left(\frac{b}{r}(n+2^r)\right)$ זמן.

(r - מספר הספרות בקבוצה. $d=\left\lceil\frac{b}{r}\right\rceil$ מספר הקבוצות)

הוכחה

מסתכלים על כל מס' כמס' עם $d=\left\lceil\frac{b}{r}\right\rceil$ ספרות של r ביטים כל אחת. כלומר כל ספרה בטווח $[0..2^r-1]$. לכן מיון כל ספרה יקח $\theta\left(n+2^r\right)$ זמן, ומבצעים d פעמים ולכן $\theta\left(\frac{b}{r}(n+2^r)\right)$.

$$r \approx \log n$$

$$\theta\left(\frac{b}{\log n}n\right)$$

אם $b=O\left(\log n\right)$ אז המיון $\theta\left(n\right)$.

מיון דליים Bucket Sort

קלט: n מספרים המתפלגים אחיד בקטע $[0,1)$.

נשים את הקלט בHash Table, ונמיין כל תא.

האלגוריתם:

```
Bucket Sort(A,B)
1. n←length(A)
2. for i←1 to n
    2.1 B[⌊nA[i]⌋] ←A[i]
3. for i← 0 to n-1
    3.1 sort list B[i] with insertion sort
4. concatenate the lists B[0],B[1],...B[n-1] in order
```

הסיבוכיות:

$$T(n) = \theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O\left(n_i^2\right)$$

n_i - מספר האיברים בתא בסוף שלב 2. נחשב את התוחלת:

$$E[T(n)] = E\left[\theta(n) \sum_{i=0}^{n-1} O\left(n_i^2\right)\right] = \theta(n) + E\left[\sum_{i=0}^{n-1} O\left(n_i^2\right)\right] =$$

לינאריות התוחלת:

$$E[X+Y] = E[X] + E[Y] = \theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} E\left(O\left(n_i^2\right)\right) = \theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O\left(E\left[n_i^2\right]\right)$$

$$E\left[n_i^2\right] = ?$$

$$n_i \sim B(n,p)$$

n- מספר הניסויים. p - סיכוי הצלחה.

$$X \sim B(n,p) : Pr(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$p = \frac{1}{n}$$

$$E[n_i] = np = n \cdot \frac{1}{n} = 1$$

$$Var[n_i] = npq = np(1-p) = n \cdot \frac{1}{n}\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1 - \frac{1}{n}$$

$$Var[x] = E\left[x^2\right] - (E[X])^2$$

$$Var[n_i] = E\left[n_i^2\right] - (E[n_i])^2$$

$$E\left[n_i^2\right] = Var[n_i] + (E[n_i])^2 = 1 - \frac{1}{n} + 1^2 = 2 - \frac{1}{n}$$

$$E[T(n)] = \theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O\left(E\left[n_i^2\right]\right) = \theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O\left(2 - \frac{1}{n}\right)$$

$$= \theta(n) + n \cdot O\left(2 - \frac{1}{n}\right) = \theta(n)$$