

חשבון אינפיטיסימלי 2 – תרגיל 8

I (1) מצא תחום התכנסות, סוגה ואת הפונקציה הגבולית עבור:

א. $f_n(x) = \cos^{2n} x$ ב. $f_n(x) = \frac{\arctg x}{n}$ בתחום $[-\pi/2, \pi/2]$ בלבד.

ג. $f_n(x) = \sqrt{x^2 + \frac{1}{n^2}}$

II. מצא פונקציה גבולית וקבע את סוג ההתכנסות:

ד. $f_n(x) = x^n - x^{2n}$ ה. $f_n(x) = \frac{1}{nx+1}$

(2) הוכח או הפרך:

אם $f_n \rightarrow f$ במ"ש ב- $[a, b]$, $g_n \rightarrow g$ במ"ש ב- $[a, b]$, אזי $f_n \cdot g_n \rightarrow f \cdot g$ במ"ש ב- $[a, b]$.

(3) הוכח או הפרך:

אם $f_n \rightarrow f$ במ"ש ב- $[a, b]$, אזי $\int_a^x f_n(t) dt \rightarrow \int_a^x f(t) dt$ לא במ"ש בקטע.

(4) קבע לאילו ערכי x מתכנס הטור בהחלט/בתנאי: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^n$

(5) קבע לאילו ערכי x מתכנס הטור בהחלט/בתנאי: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(1+x)(1+x^2)\cdots(1+x^n)}$

בהצלחה!