

88195 מתמטיקה בדידה

בוזן, סמסטר א' תשע"ד

זמן: שעה וחצי (90 דקות).
אין להשתמש בחומר עזר (גם לא במחשבון).
נא לכתוב על עטיפת מחברת הבחינה: שם, מס' ת"ז, שם המתרגל.

1. ענו על השאלות הבאות:

(א) (10 נק') הגדירו "הוכחת טיעון בשלילה" והוכיחו את הטענה הבא בשלילה כאשר המשתנים נלקחים מהממשיים \mathbb{R} :

$$\forall z P(z) \rightarrow \forall x \forall y (P(x^2 + y^2))$$

(ב) (10 נק') הוכיחו או הפריכו עבור כל פסוק האם הוא טאוטולוגיה:

$$(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B \quad (1)$$

$$((A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C) \quad (2)$$

2. הוכיחו או הפריכו:

(א) (10 נק') $A \Delta B = (A \cup B) \cap (B^c \cup A^c)$

(ב) (10 נק') $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$

(ג) (10 נק') $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$

3. לכל אחד מהיחסים R הבאים, הוכיחו (לכל תכונה בנפרד) האם הוא רפלקסיבי, סימטרי או טרנזיטיבי. אם זה יחס שקילות, ציינו מה הן מחלקות השקילות.

(א) (15 נק') $R \subseteq (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}) \times (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ אם $((x_1, y_1), (x_2, y_2)) \in R$ אז $x_1 = x_2$.

(ב) (15 נק') $R \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ אם $(a, b) \in R$ אז $(a \equiv b \pmod{2}) \vee (a \equiv b \pmod{3})$.

4. תהינה A קבוצה ו- B תת-קבוצה של A . נגדיר יחס R_B על $P(A)$ לפי:

$$R_B = \{(X_1, X_2) \in P(A) \times P(A) : X_1 \cap B = X_2 \cap B\}$$

(א) (15 נק') הוכיחו: יחס שקילות R_B .

(ב) (15 נק') תהינה $B, C \in P(A)$ כך ש- $B \subseteq C$. הוכיחו: $R_C \subseteq R_B$.