

חשבון אינפיניטסימלי 4 (88-236-01/05)
מועד א', תשע"ו

מרצה: פרופ' אנדריי לרנר

משך המבחן: 2.5 שעות

חומר עזר: אסור (כולל מחשבון כיס)

ענו על 5 מתוך 6 השאלות הבאות. כל שאלה שווה ל-21 נקודות.

1. חשבו את האינטגרל

$$\int_{\Gamma} 2x(y^2 - 2)dx + 2y(x^2 + 1)dy$$

כאשר Γ היא הגרף של הפונקציה $f(x) = x \sin^3 \frac{1}{x}$ בקטע $[1/\pi, 2/\pi]$ בכיוון מ- $(1/\pi, f(1/\pi))$ ל- $(2/\pi, f(2/\pi))$.

2. בעזרת משפט גרין חשבו את $\int_{\Gamma} x^2 y dx - y^2 x dy$ כאשר

$$\Gamma = \{(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2), x \geq 0, y \geq 0\}$$

בכיוון מ- $(0, 0)$ ל- $(a, 0)$. (רמז: השתמשו בקואורדינטות קוטביות).

3. בעזרת משפט הדיברגנץ חשבו את נפח הגוף החסום על ידי הפרבולוידים $z = 3(x^2 + y^2)$ ו- $z = 4 - x^2 - y^2$.

4. מצאו את שטח הפנים של חלק הספירה $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ שנמצא בתוך הגליל $x^2 + y^2 = ax$.

5. יהי $M = \{z = 9 - x^2 - y^2, 0 \leq z \leq 5\}$ עם נורמל חיצוני ונניח ש- $F = (z - y, z + x, -x - y)$. בעזרת משפט סטוקס חשבו את $\int_M \text{curl} F \cdot N dS$.

6. נסחו את משפט גרין והוכיחו אותו עבור קבוצות פשוטות.

בהצלחה!